

ZÁKLADNÍ ROVNICE LOPATKOVÝCH STROJŮ

strana 3	Rovnice pro výpočet sil působící na plochy stroje od proudu tekutiny
strana 6	Rovnice pro výpočet rozložení energie ve stupni lopatkového stroje
strana 11	Rovnice pro výpočet rozložení rychlosti při ideálním proudění v lopatkovém stroji
strana 14	Odkazy
strany 15-37	Přílohy: P179 Výpočet stupně reakce stupně parní turbíny • P196 Odvození rovnic pro sílu působící na lopatku od proudu tekutiny • P248 Důkaz kolmosti střední aerodynamické rychlosti a síly působící na lopatku • P254 Výpočet sil působící na potrubí od proudu tekutiny • P255 Odvození rovnic ustáleného proudění tekutiny kontrolním objemem (věta o změně hybnosti) • P256 Výpočet stupně reakce Francisovy turbíny • P282 Výpočet logaritmické spirály a rozměrů spirálního hrdla • P318 Odvození Eulerovy turbínové rovnice pro předpoklad stacionárního proudění • P407 Výpočet rozměrů bezlopatkového statoru • P583 Výpočet síly působící na lopatku vodní turbíny • P584 Výpočet síly působící na lopatku ventilátoru • P586 Úprava rovnic pro osově symetrické potenciální proudění • P713 Popis postupu sestavení h - s diagramů stupňů lopatkových strojů • P736 Rozložení rychlostí a tlaku před rotorem Kaplanovy turbíny • P923 Výpočet Eulerovy práce ve stupni lopatkového stroje • P1030 Výpočet stupně reakce ventilátoru

autor ŠKORPÍK, Jiří ([LinkedIn.com/in/jiri-skorpik](https://www.linkedin.com/in/jiri-skorpik))
datum vydání Září 2009; Září 2022 (2. vydání)
název Základní rovnice lopatkových strojů
sborník transformacni-technologie.cz/index.html#lopatkove-stroje
provenience Brno (Česká republika)
email skorpik.jiri@email.cz
Copyright© Jiří Škorpík, 2009-2022
Všechna práva vyhrazena.

ROVNICE PRO VÝPOČET SIL PŮSOBÍCÍ NA PLOCHY STROJE OD PROUDU TEKUTINY

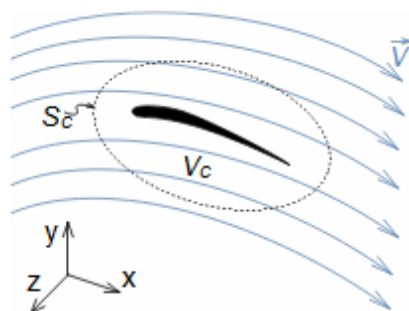
Síly působící od proudu tekutiny na plochy stroje lze určit z VĚTY O ZMĚNĚ HYBNOSTI. Její speciální tvar se používá i k výpočtu SIL PŮSOBÍCÍ NA LOPATKY v lopatkové mříži od proudu tekutiny, což je klasická úloha v lopatkových strojích.

~
Síly působící na
tekutinu uvnitř
vyšetřovaného
(kontrolního) objemu

Síly působící od proudu tekutiny na plochy stroje lze určit z věty o změně hybnosti (druhý Newtonův zákon). Podle věty o změně hybnosti je změna hybnosti tekutiny v čase rovna součtu vnějších sil působících na tekutinu v kontrolním objemu. V případě aplikace tohoto zákona na tekutinu uzavřenou v kontrolním objemu V_C (OBRÁZEK 255) připadají v úvahu jako síly vnější: tlakové síly od okolní tekutiny na hranicích kontrolního objemu F_p , tíha tekutiny v kontrolním objemu F_h , a síly působící od těles uvnitř a na hranicích kontrolního objemu F_b . Změna hybnosti tekutiny uvnitř kontrolního objemu je také rovna rozdílu součinu rychlosti a hmotnostního toku mezi vstupem a výstupem z kontrolního objemu.

255:

Věta o změně
hybnosti



$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \vec{F}_b + \vec{F}_h + \vec{F}_p = \int_{S_C} \vec{V} d\dot{m}$$

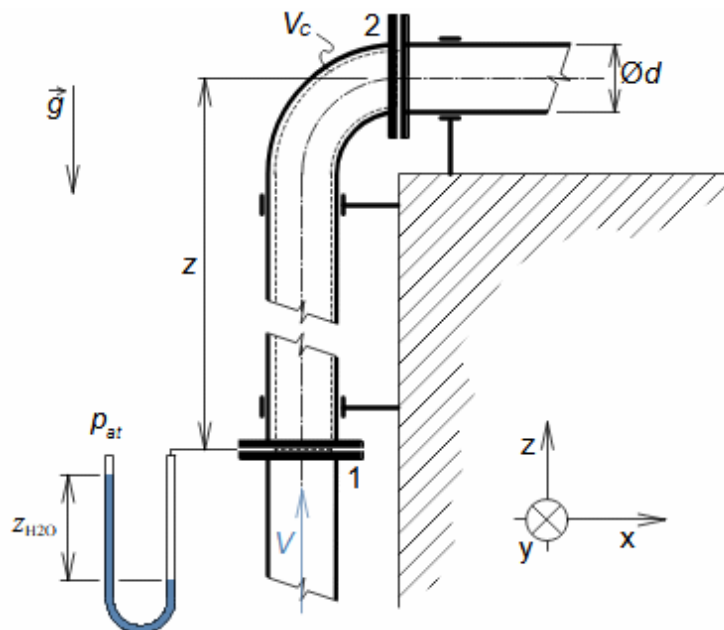
$$\vec{F}_h = \int_{V_C} (\vec{g} + \vec{a}_r + \vec{a}_c) dm$$

$$\vec{F}_p = \int_{S_C} p d\vec{S}_C$$

V_C [m³] kontrolní objem; S_C [m²] plocha hranice kontrolního objemu; V [m·s⁻¹] rychlost pracovní tekutiny; M [N·s] hybnost tekutiny uvnitř kontrolního objemu; t [s] čas; F_b [N] výslednice sil působících na pracovní tekutinu od těles uvnitř a na hranici kontrolního objemu; F_h [N] tíha pracovní tekutiny uvnitř kontrolního objemu; F_p [N] síly od tlaku okolní tekutiny na povrchu kontrolního objemu; $\dot{m}$ [kg·s⁻¹] hmotnostní tok; g [m·s⁻²] gravitační zrychlení; a_r [m·s⁻²] odstředivé zrychlení; a_c [m·s⁻²] Coriolisovo zrychlení; p [Pa] tlak; m [kg] hmotnost. Odvození rovnice za předpokladu ustáleného proudění tekutiny kontrolním objemem je uvedeno v PŘÍLOZE 255.

Úloha 254:

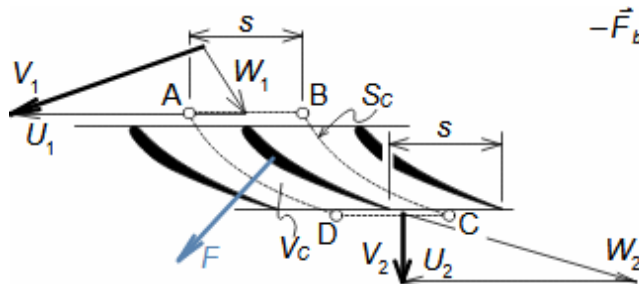
Jakou silou je namáháno potrubí mezi přírubami od proudu kapaliny (viz obrázek)? Vnitřní průměr potrubí je 23 mm, výškový rozdíl mezi dolní a horní přírubou je 1,2 m, rozdíl statického tlaku v potrubí a venkovního (atmosférického tlaku) je 2 m vodního sloupce, rychlost proudění je $4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, v potrubí proudí voda. Uvažujete proudění bez tření. Řešení úlohy je uvedeno v PŘÍLOZE 254.



d [m] průměr potrubí; p_{at} [Pa] atmosférický tlak; z [m] výšková souřadnice.

~
Síla působící na
lopatku od proudu
tekutiny

Při výpočtu sil působící na lopatky lopatkového stroje jsou při definování hranic kontrolního objemu cílem takové hranice, na kterých jsou známy hodnoty parametrů nutné pro výpočet pomocí věty o změně hybnosti. Proto je kontrolní objem na OBRÁZKU 196 vymezen tak, aby procházel středem lopatkového kanálu, respektive hranice AD a BC byly od sebe vzdáleny o rozteč lopatek. Hranice AD a BC jsou očekávané proudnice relativních rychlostí W rychlostního trojúhelníku této lopatkové mříže. Lopatkové kanály jsou v jedné lopatkové mříži stejné, takže působení tlakových sil na hraních AD se vyruší s působením tlakových sil na hranicích BC. Na těchto hranicích se vyruší i hodnota integrace součinu absolutní rychlosti V a hmotnostního toku, viz ROVNICE 196.

196:

$$-\vec{F}_b = \vec{F} = \vec{V}_1 \cdot \dot{m} - \vec{V}_2 \cdot \dot{m} + \vec{F}_h + \vec{F}_p$$

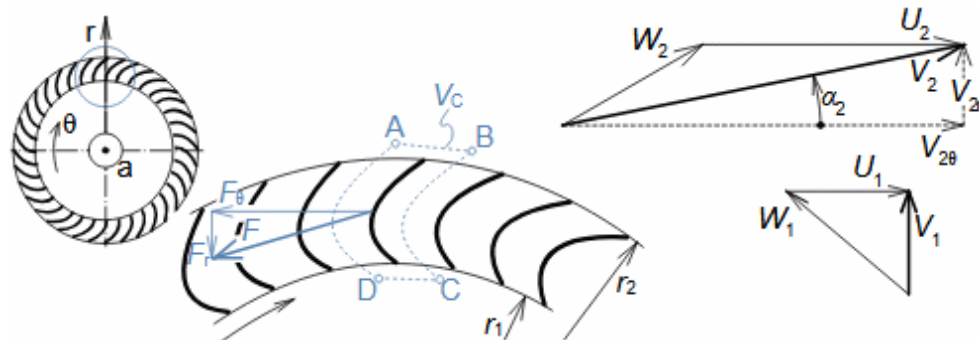
Rychlosti i síly jsou vektorové veličiny, ale šipka nad symboly rychlostí v rychlostním trojúhelníku se obvykle neuvádí. F [N] výslednice sil působící na lopatku; W [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$] relativní rychlost; U [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$] obvodová rychlost; m [$\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$] množství pracovní tekutiny protékající kontrolním objemem; s [m] rozteč lopatkové mříže. Odvození rovnice za předpokladu ustáleného proudění tekutiny kontrolním objemem je uvedeno v PŘÍLOZE 196.

Prostorové složky síly

Typické pro vyšetření sil ve stupni lopatkového stroje je použití válcové soustavy souřadnic. Síla F ve válcové soustavě souřadnic má tři prostorové složky, a to složku v radiálním směru F_r , v obvodovém směru F_θ (tato síla vytváří kroutící moment) a v axiálním směru F_a (způsobuje namáhání rotoru v axiálním směru a zachycuje ji axiální ložisko) – zkráceně se označují tyto složky síly jako radiální, obvodová a axiální síla.

Úloha 584:

Stanovte sílu a její složky od proudu tekutiny působící na lopatku radiálního ventilátoru. Ventilátorem protéká $88,8 \text{ kg}\cdot\text{h}^{-1}$ vzduchu, tlak p_1 před oběžným kolem je atmosférický, rozdíl tlaků mezi vtokem a výtokem rotoru je nevýznamný a počet lopatek oběžného kola je 52. Další parametry jsou: $r_1=32,5 \text{ mm}$, $r_2=37,5 \text{ mm}$, $V_1=3,4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $V_2=9,34 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $\alpha_2=18,4^\circ$. Šířka kola je 30 mm. Řešení úlohy je uvedeno v PŘÍLOZE 584.



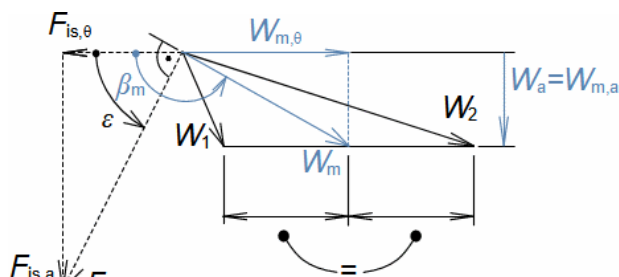
r [m] poloměr; α [$^\circ$] úhel absolutní rychlosti.

*Střední
aerodynamická
rychlost*

Síla působící na lopatku je přibližně kolmá na střední aerodynamickou rychlost v lopatkové mříži W_m , která je střední rychlostí relativních rychlostí na vtoku W_1 a výtoku W_2 . Respektive lze dokázat (viz ROVNICE 248, s. 5), že výsledná síla působící na lopatku od proudu nestlačitelné tekutiny F je kolmá na střední aerodynamickou rychlost W_m při proudění beze ztrát.

248:

Definice střední aerodynamické rychlosti v lopatkové mříži a její vztah k vektoru síly působící na elementární lopatku (délka lopatky dr)



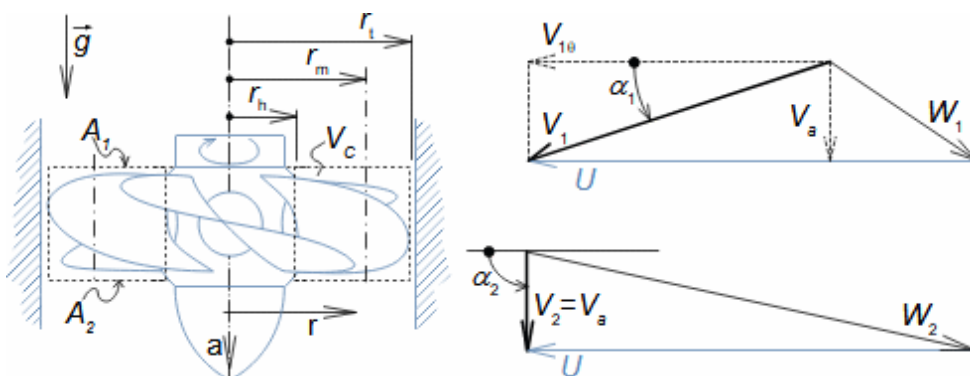
$$\vec{W}_m = \frac{1}{2}(\vec{W}_1 + \vec{W}_2)$$

$$\tan \varepsilon = \frac{1}{-\tan \beta_m} \Rightarrow F_{is} \perp W_m$$

W_m [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$] střední aerodynamická rychlost v lopatkové mříži; β_m [$^\circ$] úhel střední aerodynamické rychlosti; ε [$^\circ$] úhel výslednice sil. Tato rovnice je odvozena pro elementární délku lopatek Δr a axiální lopatkové mříže v PŘÍLOZE 13 a její platnost je omezena pro nestlačitelné proudění beze ztrát (izoentropické – index $_{is}$).

Úloha 583:

Vypočítejte sílu působící na lopatky rotoru Kaplanovy turbíny od proudu vody a tlak za rotorem p_2 . Poloměr rotoru u špic lopatek je 1850 mm, u pat lopatek 985 mm, obvodová složka absolutní rychlosti na středním kvadratickém poloměru lopatek je $15,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, axiální rychlost $13 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, otáčky turbíny jsou $230,8 \text{ min}^{-1}$. Nad turbínou je 56 m sloupec vody. Tvary rychlostních trojúhelníků na středním poloměru jsou na přiloženém obrázku. Řešení úlohy je uvedeno v PŘÍLOZE 583.



A [m^2] průtočný průřez. Index $_h$ označuje patu lopatky, index $_m$ označuje střední kvadratický poloměr lopatky, index $_i$ označuje špic lopatky.

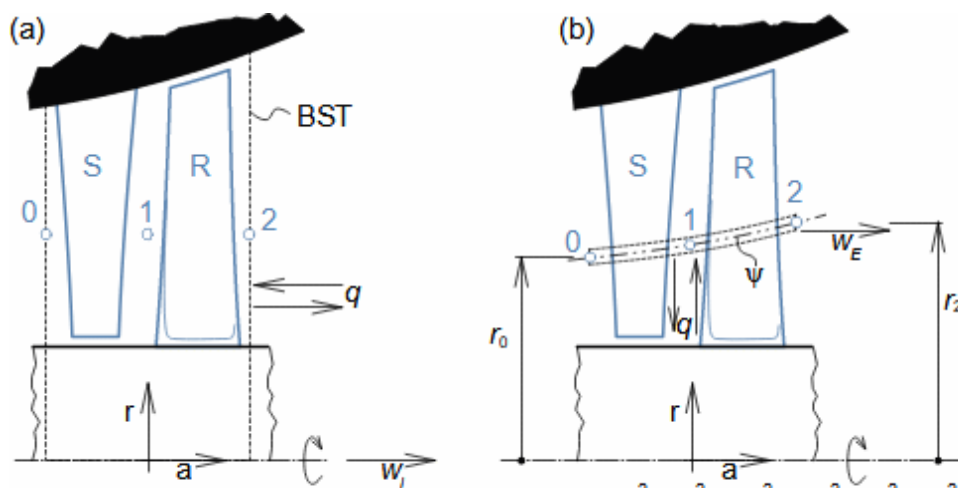
ROVNICE PRO VÝPOČET ROZLOŽENÍ ENERGIE VE STUPNI LOPATKOVÉHO STROJE

Při návrhu rozložení energie, respektive její transformace ve stupni lopatkového stroje se vychází ze dvou směrů. Ve směru kolmém na meridánový směr se navrhuje rozložení EULEROVY PRÁCE, což je lokální hodnota vnitřní práce. V meridiánovém směru rozhoduje o vlastnostech stupně návrh STUPNĚ REAKCE, který popisuje rozdělení energetických transformací mezi stator a rotor stupně.

~
Eulerova práce
(Obvodová práce)

Eulerova práce nebo obvodová práce je prací tekutiny předaná lopatkám v okolí vyšetřované proudnice, viz OBRÁZEK 318b. Rozdíl oproti vnitřní práci stupně w_i je v tom, že vnitřní práce stupně je průměrná hodnota práce veškeré pracovní tekutiny, která protéká stupněm (včetně mezer) a lze ji určit z kompletní energetické bilance stupně, viz OBRÁZEK 318a. Takže část tekutiny vykoná větší Eulerovu práci než jiná, ale jejich průměr je w_i . U reálných stupňů je největší Eulerova práce v jádru proudu (na středním průměru lopatek), kde jsou nejmenší ztráty. Naopak u okrajů lopatek, respektive v blízkosti jejich pat a špic, je Eulerova práce nejmenší kvůli vysokým ztrátám třením a vnitřní netěsnostím. Eulerovu práci lze stanovit z rychlostních trojúhelníků na vyšetřované proudnici, viz ROVNICE 318c – Eulerova turbínová rovnice.

318:
Rozdíl mezi
Eulerovou prací a
vnitřní prací stupně



$$(c) w_E = U_1 \cdot V_{1\theta} - U_2 \cdot V_{2\theta} = \omega(r_1 \cdot V_{1\theta} - r_2 \cdot V_{2\theta}) = \frac{V_1^2 - V_2^2}{2} + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} + \frac{U_1^2 - U_2^2}{2}$$

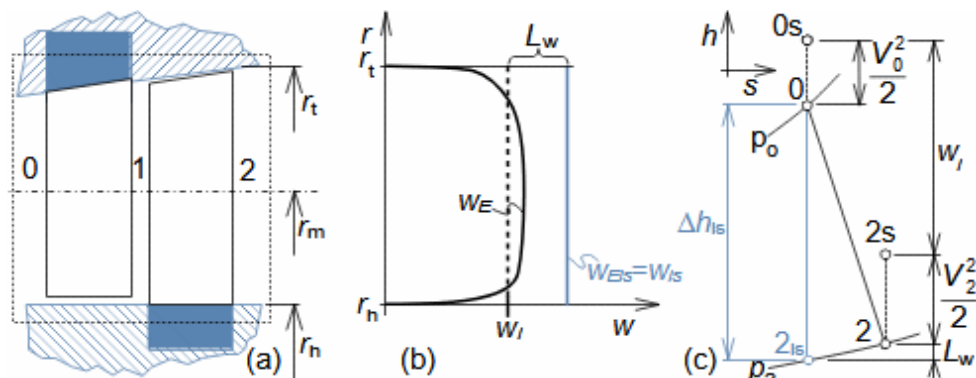
w_i [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$] vnitřní práce stupně; w_E [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$] Eulerova práce v okolí vyšetřované proudnice; q [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$] sdílené teplo s okolím; ω [$^\circ$] úhlová rychlost. BST-hranice stupně; S-statorová řada lopatek; R-rotorová řada lopatek, ψ -proudnice. Odvození Eulerovy turbínové rovnice pro předpoklad stacionárního proudění je v PŘÍLOZE 318.

Eulerova účinnost
(Obvodová účinnost)

Podobným způsobem lze stanovit dvěma cestami účinnost stupně, buď k ideální/reálné Eulerově práci (tzv. Eulerova účinnost, respektive obvodová účinnost) nebo ideální/reálné vnitřní práci (tzv. vnitřní účinnost stupně), jako je provedeno v ÚLOZE 923 (s. 8).

Úloha 923:

Vypočítejte Eulerovu práci a Eulerovu účinnost na středním poloměru axiálního stupně parní turbíny a vnitřní práci a účinnost tohoto stupně. Stupeň byl navržen 1D výpočtem má tedy přímé lopatky. Meridánová rychlost je konstantní ($V_{0a}=V_{2a}$). Izoentropický spád stupně je $21,3 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$. Vypočítané celkové ztráty stupně jsou $6 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$. Parametry rychlostních trojúhelníků na středním poloměru: $V_1=W_2=148,68 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $V_0=V_2=W_1=63,249 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $U_1=U_2=102,1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Řešení úlohy je uvedeno v PŘÍLOZE 923.



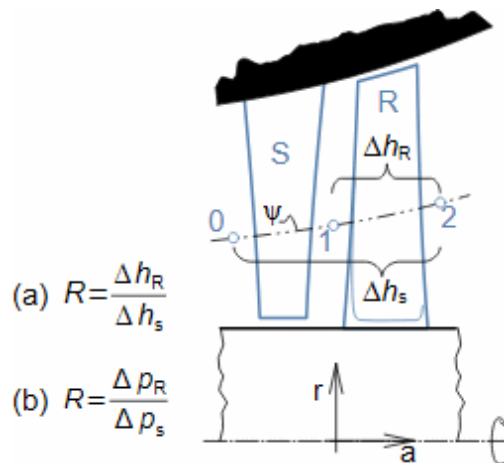
(a) řez stupněm; (b) průběh Eulerovy práce po výšce lopatek; (c) energetická rovnováha stupně v h - s diagramu. h [$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$] entalpie; s [$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$] entropie; w_{is} [$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$] vnitřní práce stupně při izoentropické expanzi (expanze beze ztrát); $w_{E,is}$ [$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$] Eulerova práce při proudění beze ztrát; L_w [$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$] vnitřní ztráty stupně. Index $_s$ označuje celkový stav.

~
Stupeň reakce

Stupeň reakce je definován jako poměr mezi změnou statické entalpie v rotorové řadě lopatek a změnou celkové entalpie stupně (VZOREC 344), či změnou statické entalpie stupně – zaleží na zvyklosti. Popisuje tedy rozložení energetické transformace mezi statorovou a rotorovou řadou lopatek stupně. Stupeň reakce se stanovuje ke konkrétnímu proudovému vláknu (poloměru) podobně jako Eulerova práce.

344:

Definice stupně reakce



$$(a) R = \frac{\Delta h_R}{\Delta h_s}$$

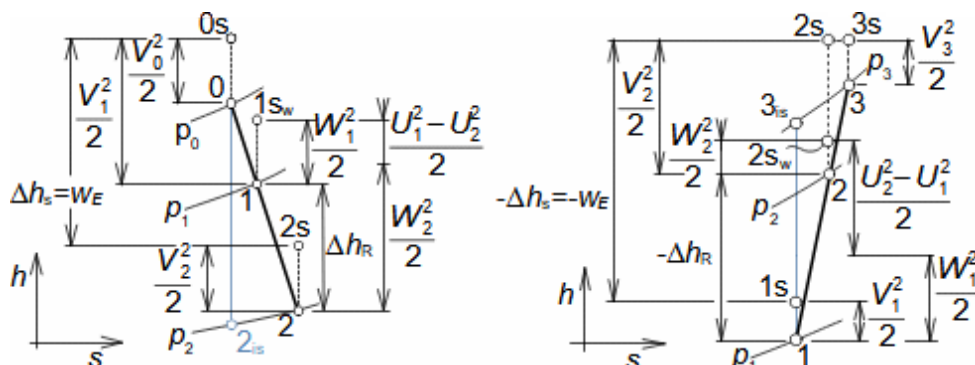
$$(b) R = \frac{\Delta p_R}{\Delta p_s}$$

(a) obecná definice stupně reakce; (b) speciální definice stupně reakce používána pro hydraulické stroje. Δh_s [$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$] rozdíl mezi celkovou entalpií na vstupu do stupně a výstupu ze stupně; Δh_R [$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$] rozdíl mezi statickou entalpií na vstupu do rotorové řady lopatek a výstupu z rotorové řady lopatek; Δp_s [Pa] rozdíl mezi celkovým tlakem na vstupu do stupně a výstupu ze stupně; Δp_R [Pa] rozdíl mezi tlakem na vstupu do rotorové řady lopatek a výstupu z rotorové řady lopatek.

*h-s diagramy stupňů
lopatkových strojů*

Pro výpočet stupně reakce je důležitá znalost konstrukce $h-s$ diagramu, ze kterého lze určit rozdíly měrných entalpií Δh_s a Δh_R (viz ÚLOHA 179, ÚLOHA 1030). $h-s$ diagramy a popis jejich konstrukce jsou uvedeny na OBRÁZKU 713. V případě hydraulických strojů lze stanovit požadované rozdíly tlaků Δp_s a Δp_R i z Bernoulliho rovnice pro relativní proud, viz ÚLOHA 256 (s. 8) a ÚLOHA 1030.

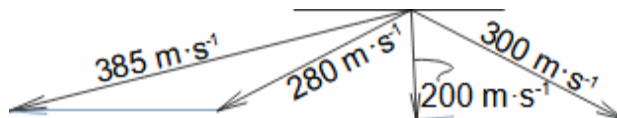
713:



vlevo-turbínové stupně; vpravo-stupně pracovních strojů. Tyto $h-s$ diagramy jsou zkonstruovány za předpokladu adiabatického proudění bez vlivu tíhy. $1s_w$, $2s_w$ označují celkový stav vzhledem k relativnímu pohybu na vstupu, respektive výstupu z rotoru. Podrobný popis konstrukce $h-s$ diagramů je uveden v PŘÍLOZE 713.

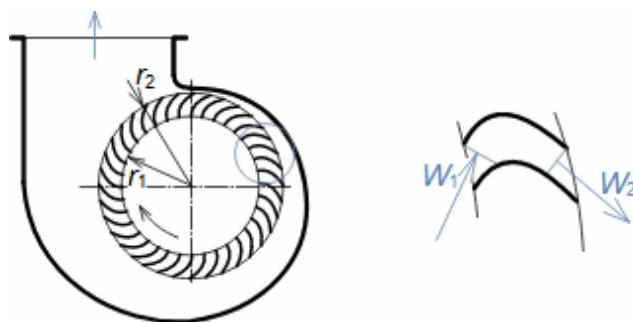
Úloha 179:

Proveďte výpočet stupně reakce axiálního stupně parní turbíny. Znáte-li rychlostní trojúhelník. Řešení úlohy je uvedeno v PŘÍLOZE 179.



Úloha 1030:

Stanovte stupeň reakce radiálního ventilátoru s dopředu zahnutými lopatkami, jestliže zvýšení celkového tlaku ve ventilátoru je 135 Pa, hustota pracovního plynu je $1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, obvodová rychlost na výstupu z rotoru je $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ a obvodová rychlost na vstupu do rotoru $8,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Lopatkové kanály rotoru jsou navrženy pro rovnost relativních rychlostí ($W_1 = W_2$). Řešení úlohy je uvedeno v PŘÍLOZE 1030.



Rozložení stupně reakce

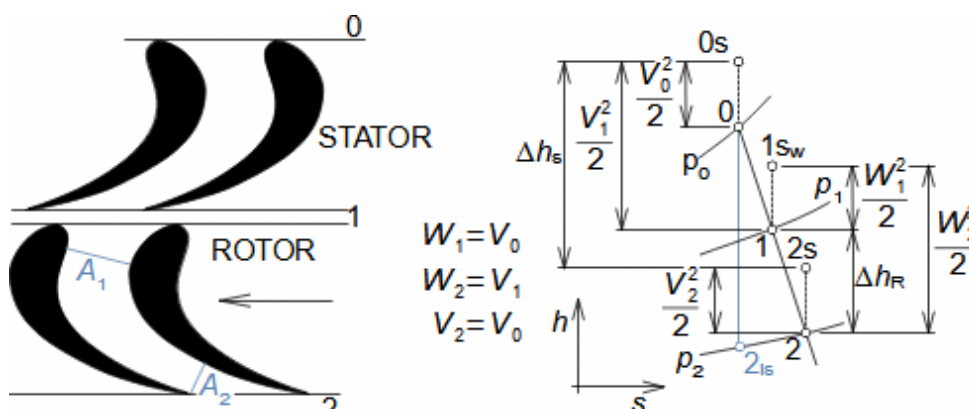
Axiální stupně mají stupeň reakce po délce lopatek proměnný, viz ÚLOHA 736 (s. 12), ale radiální stupně lze konstruovat tak, aby stupeň reakce byl stejný pro jakoukoliv jeho proudnici – toho se zejména využívá pro optimalizaci vnitřních ztrát u Francisových turbín a radiální stupňů čerpadel, viz úloha v článku VODNÍ TURBÍNY.

Stupeň reakce na středním poloměru

Většina stupňů je navrhována tak, aby na jejich středním poloměru lopatek byl stupeň reakce roven 0,5 (u radiálních stupňů i něco vyšší kvůli rozdílu obvodových rychlostí na rotoru), protože při maximální Eulerově práci jsou absolutní rychlosti ve satorových kanálech přibližně stejné jako relativní rychlosti v rotorových kanálech, a tedy i rozložení ztrát mezi sator a rotor je rovnoměrné, viz OBRÁZEK 280.

280:

Příklad lopatkových kanálů axiálního stupně turbíny se stupněm reakce 0,5



Při stejných rozdílech entalpií mezi satorem a rotorem jsou rychlostní trojúhelníky symetrické a i tvar lopatkových kanálů ($A_1 \neq A_2$). $1s_w$ relativní celkový stav pracovní tekutiny na vstupu do rotoru.

Vliv stupně reakce na tlak

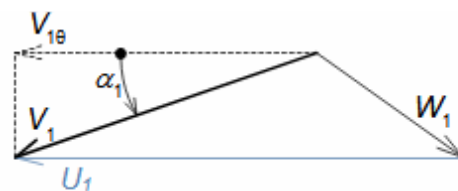
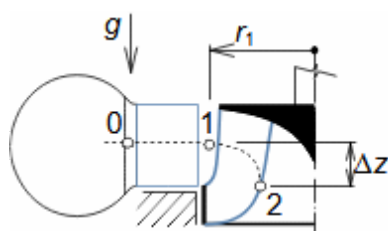
Nulový nebo jen velmi malý stupeň reakce mají Lavalovy turbíny a Peltonovy turbíny. Z pracovních strojů se používají nízké stupně reakce u některých typů ventilátorů. Při malém stupni reakce je tlaková síla působící na rotor také malá a proto se tyto stupně označují jako rovnotlakové nebo akční. Naopak na rotory stupňů s významným stupněm reakce působí i větší tlaková síla na rotor a proto se označují jako přetlakové nebo reakční.

Vliv stupně reakce na prohnutí

U axiálních stupňů se zvyšujícím stupněm reakce klesá prohnutí lopatek (klesá potřebná změna hybnosti) a tedy i jejich citlivost na odtržení proudu od profilu.

Úloha 256:

Vypočítejte stupeň reakce Francisovy turbíny na jejím střední poloměru. Poloměr rotoru na vtoku je 1 m. Absolutní rychlost před rotorem je $35 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, za rotorem $12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (nemá obvodovou složku). Otáčky turbíny jsou 375 min^{-1} . Úhel absolutní rychlosti je 20° . Výškový rozdíl mezi vtokem a výtokem z rotoru je 0,8 m. Hustota vody je $1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Řešení úlohy je uvedeno v PŘÍLOZE 256.



ROVNICE PRO VÝPOČET ROZLOŽENÍ RYCHLOSTI PŘI IDEÁLNÍM PROUDĚNÍ V LOPATKOVÉM STROJI

Rovnice ideálního proudění jsou odvozeny pro proudění ideálních tekutin bez vnitřních ztrát. Analytickým modelem proudění bez tření je nečastěji teorie potenciálního proudění a v případě proudění kolem osy jeho speciální případ OSOVĚ SYMETRICKÉHO POTENCIÁLNÍHO PROUDĚNÍ. Tyto rovnice jsou doplněny o rovnice energetických bilancí a EULEROVU ROVNICI HYDRODYNAMIKY. I když se jedná o rovnice ideálního proudění, tak jsou klíčové pro základní návrh průtočných částí lopatkových strojů, predikci vlastností, analýzu vlivu tvaru průtočných částí na vnitřní ztráty stroje, pochopení příčin hávarií nebo problémového chodu lopatkových strojů.

~
Podmínky osově
symetrického
potenciálního
(nevírového)
proudění

Pokud má být proudění potenciální, pak musí být rotor vektoru rychlosti v celém vyšetřovaném objemu roven nule, ROVNICE 586a. Aby proudění bylo považováno za osově symetrické, tak musí mít gradienty složek rychlosti v obvodovém směru ve valcové soustavě souřadnic rovny nule, viz ROVNICE 586b, protože obvodové souřadnice jsou uzavřené a rychlost v počátku osy obvodového směru musí být totožná s tou na konci souřadnic – jedná se o stejný bod, současně je tato rychlost nezávislá na stanovení počátku osy obvodového směru. Z těchto podmínek lze odvodit speciální ROVNICE 586c-h pro rychlost, ale uvedené podmínky lze aplikovat i na další veličiny pracovní tekutiny.

586:
Matematický zápis
podmínek pro osově
symetrické
potenciální proudění

$$\left. \begin{array}{l} \text{(a) } \operatorname{rot} \vec{V} = 0 \\ \text{(b) } \frac{1}{r} \frac{\partial V_{r,\theta,a}}{\partial \theta} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{(c) } \frac{\partial V_r}{\partial \theta} = 0, \quad \text{(d) } \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} = 0, \quad \text{(e) } \frac{\partial V_a}{\partial \theta} = 0, \quad \text{(f) } \frac{\partial V_\theta}{\partial a} = 0, \quad \text{(g) } \frac{\partial V_r}{\partial a} = \frac{\partial V_a}{\partial r}, \\ \text{(h) } \frac{1}{r} \frac{\partial (r \cdot V_\theta)}{\partial r} = 0 \Rightarrow r \cdot V_\theta = C \end{array}$$

θ [°] úhel průvodiče ve valcové soustavě souřadnic; C [$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$] konstanta (například navrhovaná velikost součinu obvodové složky absolutní rychlosti V_θ na středním poloměru). Úprava rovnic je uvedena v PŘÍLOZE 586.

Rozložení Eulerovy práce

Součin $r \cdot V_\theta$ se nazývá cirkulace obvodové složky rychlosti, která je konstantní, takže má stejné vlastnosti jako potenciální vír [Škorpík, 2023, s. 1.40]. Jestliže je cirkulace konstantní, pak i rozdíl cirkulací před a za rotorem je konstantní a pak i podle rovnice Eulerovy práce (ROVNICE 318, s. 7) bude Eulerova práce potenciálního proudění konstantní po výšce lopatek, viz ÚLOHA 736.

Spirální dráha

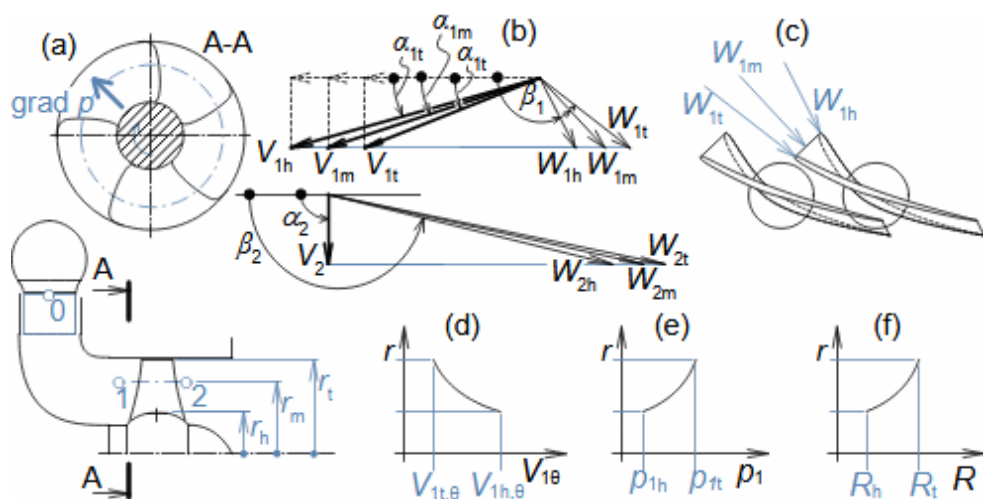
Rovnice osově symetrické potenciálního proudění lze aplikovat i na spirální dráhy, například ve spirálních hrdlech (ÚLOHA 282, s. 13) nebo v bezlopatkových statorech (ÚLOHA 407, s. 14).

Eulerova rovnice hydrodynamiky

Při výpočtu další stavových veličin lze použít velmi efektivně i Eulerovu rovnici hydrodynamiky pro potenciální proudění, například článek Vnitřní tření tekutiny a vývoj mezní vrstvy [Škorpík, 2023b]. Z této rovnice lze mimo jiné vyčíst, že gradient tlaku potenciálního proudění bez vliv gravitačního zrychlení nemůže mít obvodovou složku, protože ji nemá ani gradient rychlosti, respektive kinetické energie, viz ÚLOHA 736.

Úloha 736:

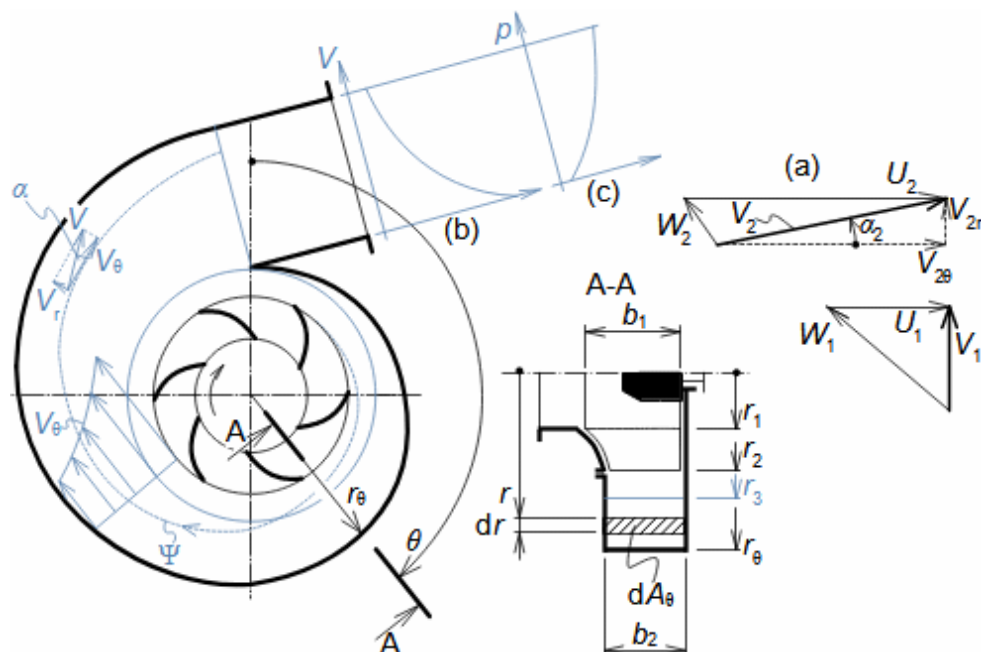
Vypočítejte parametry rychlostního trojúhelníku, tlak a stupeň reakce u paty, středním kvadratickém poloměru a špičce lopatky Kaplanovy turbíny. Požadovaná Eulerova práce je $548 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$. Rozměry rotoru, otáčky, axiální rychlost na středním kvadratickém poloměru a tlak za rotorem jsou stejné jako v ÚLOZE 583. Absolutní rychlost na výstupu z rotoru má pouze axiální směr. Stanovte také gradient tlaku před a za rotorem turbíny způsobený odstředivým zrychlením. Uvažujte potenciální proudění ideální kapaliny. Řešení úlohy je uvedeno v PŘÍLOZE 736.



(a) očekávaný gradient tlaku před rotorem; (b) změny absolutních a relativních rychlostí na vyšetřovaných poloměrech; (c) vliv změny relativních rychlostí na tvar lopatkového kanálu, respektive zkroucení lopatky; (d) očekávaný průběh obvodové složky absolutní rychlosti před rotorem; (e) očekávaný průběh tlaku před rotorem; (f) očekávaný průběh stupně reakce po délce lopatek. β [°] úhel relativní rychlosti.

Úloha 282:

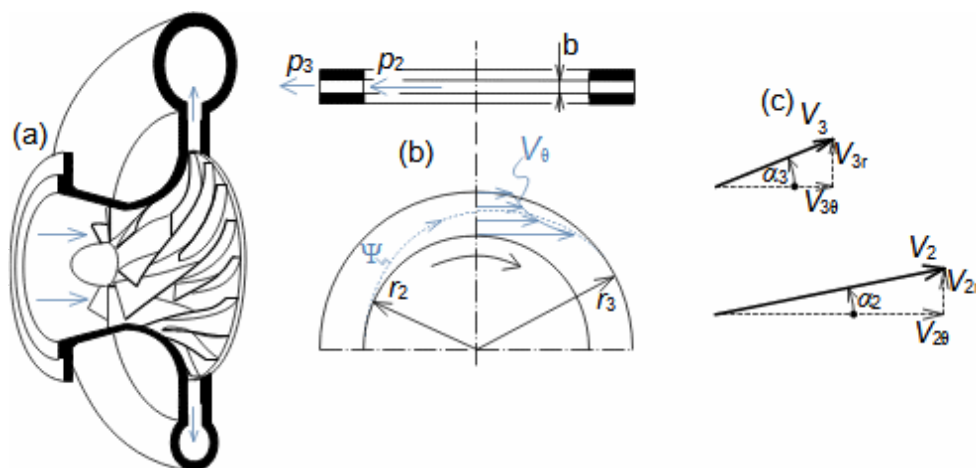
Účelem spirálních hrdel radiálních strojů je odvod nebo přívod pracovní tekutiny od/k lopatkové části. Proudění v takovém hrdle má spirální dráhu. Na obrázku je řez radiálního ventilátoru s dozadu zahnutými lopatkami a spirálním hrdlem – navrhnete rozměry tohoto spirálního hrdla, jestliže mezi ním a rotorem je bezlopatkový difuzor. Stanovte tlak na výstupu z bezlopatkového difuzoru (mezi poloměry r_2 a r_3). Dokažte, že při proudění nestlačitelné tekutiny radiálním kanálem konstantní šířky b je spirální dráha logaritmickou spirálou. Diskutujte vliv vnitřního tření v tekutině na tvar spirální dráhy. Jaké je rozložení rychlosti a tlaku na výstupu ze spirálního hrdla? Uvažujte nestlačitelné potenciální proudění. Diskutujte vliv šířky hrdla na poloměr hrdla. Parametry ventilátoru jsou: $R=0,65$; $r_3=215$ mm; $r_2=170$ mm; $r_1=118,5$ mm; $b_2=101,5$ mm; $b_1=120$ mm; $N=1360$ min⁻¹. Zvýšení celkového tlaku ve ventilátoru je 500 Pa. Průtok vzduchu ventilátorem je 1200 m³·h⁻¹ a jeho celkový tlak na sání je atmosférický při hustotě 1,2 kg·m⁻³. Řešení úlohy a další závěry jsou uvedeny v PŘÍLOZE 282.



(a) rychlostní trojúhelníky; (b) průběh rychlosti na výstupu ze spirální skříně; (c) průběh tlaku na výstupu ze spirální skříně. Ψ -spirálová dráha absolutní rychlosti.

Úloha 407:

Navrhněte výstupní poloměr bezlopatkového statoru radiálního turbokompresoru, který je nakreslený na obrázku. Parametry stupně jsou: $V_{20}=300 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $V_{2r}=90 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $r_2=33 \text{ mm}$, $p_2=200 \text{ kPa}$, $t_2=82,9 \text{ }^\circ\text{C}$. Zvýšení tlaku ve statoru je 80 kPa . Pracovním plynem je vzduch. Zjistěte také, zda se mění úhel mezi absolutní rychlostí v bezlopatkovém statoru a její obvodovou složku (mezi poloměry r_2 a r_3). Uvažujte stlačitelné potenciální proudění. Řešení úlohy je uvedeno v PŘÍLOZE 407.



(a) sestava rotoru-bezlopatkového statoru a sacího a výstupního hrdla; (b) řez bezlopatkovým statorem; (c) absolutní rychlost na vstupu a výstupu z bezlopatkového statoru.

ODKAZY

- ŠKORPÍK, Jiří, 2024, Technická termomechanika, *transformacni-technologie.cz*, Brno, transformacni-technologie.cz/technicka-termomechanika.html.
- ŠKORPÍK, Jiří, 2023, Technická matematika, *transformacni-technologie.cz*, Brno, transformacni-technologie.cz/technicka-matematika.html.
- ŠKORPÍK, Jiří, 2023b, Vnitřní tření tekutiny a vývoj mezní vrstvy, *Transformační technologie*, Brno, transformacni-technologie.cz/vnitri-treni-tekutiny-a-vyvoj-mezni-vrstvy.html.
- ŠKORPÍK, Jiří, 2023c, Proudění plynů a par tryskami, *Transformační technologie*, Brno, transformacni-technologie.cz/proudeni-plynu-a-par-tryskami.html.
- ŠKORPÍK, Jiří, 2023d, Proudění plynů a par difuzory, *Transformační technologie*, Brno, transformacni-technologie.cz/proudeni-plynu-a-par-difuzory.html.