

# 38. VZNIK TLAKOVÉ ZTRÁTY PŘI PROUDĚNÍ TEKUTINY A JEJÍ VÝPOČET

Jiří Škorpík, ORCID: 0000-0002-3034-1696, skorpik.jiri@email.cz

Úvod . . . . .	1	Odkazy . . . . .	26
• Tlaková ztráta . . . . .	1	<b>Přílohy . . . . .</b>	<b>28</b>
• Rychlostní profil a střední rychlost proudění . . . . .	2	173 Odvození vzorců pro výpočet střední rychlosti tekutiny v kanále . . . . .	28
• Návrh hosp. rychlostí tekutiny v potrubí . . . . .	4	266 Odvození vzorců pro výpočet střední rychlosti tekutiny protékající ze střední kinetické energie . . . . .	29
• Hodnoty hospodárných rychlostí v potrubí různých pracovních látek [T.1197] . . . . .	4	409 Odvození vzorců charakteristických tloušťek mezní vrstvy pro případ proudění kanále . . . . .	31
• Snížení průtoku, hybnosti a kinetické energie proudu v důsledku vnitřního tření . . . . .	5	413 Řešení úlohy . . . . .	32
• Výpočet tloušťky mezní vrstvy [Ú.413] . . . . .	7	655 Jak Newton definoval viskozitu . . . . .	34
<b>Laminární proudění . . . . .</b>	<b>7</b>	656 Odvození vzorce pro Reynoldsovo číslo . . . . .	36
• Tečné napětí v tekutině a viskozita . . . . .	7	659 Řešení úlohy . . . . .	37
• Viskozita vody při tlaku 101 325 Pa [T.1190] . . . . .	9	663 Řešení úlohy . . . . .	37
• Viskozita syté vodní páry [T.1191] . . . . .	9	781 Řešení úlohy . . . . .	40
• Vis. suchého vzduchu při 0,1 MPa [T.1192] . . . . .	9	791 Odvození Navier-Stokesovy rovnice . . . . .	44
• Vis. vlhkého vzduchu při 0,1 MPa [T.1193] . . . . .	9	833 Odvození vzorce pro třecí teplo a třecí sílu při dopravě tekutin . . . . .	49
• Tenzor napětí při lam. proudění [Ú.1139] . . . . .	9	855 Odvození rovnice ztrátového součinitele pro laminární proudění potrubím . . . . .	50
• Výpočet viskozity směsi plynů [Ú.659] . . . . .	9	872 Odvození tlakové ztráty potrubí při laminárním proudění kapaliny . . . . .	51
• Rovnice popisující laminární proudění . . . . .	10	997 Odv. Eulerovy rovnice hydrodynamiky . . . . .	55
• Příklady výpočtu tlakové ztráty při laminárním proudění . . . . .	11	1139 Řešení úlohy . . . . .	56
• Výpočet lam. proudění mezi dvěma deskami [Ú.781] . . . . .	11		
• Vývoj rychlostního profilu laminárního proudění a jeho střední rychlost . . . . .	11		
• Hodnoty $C_f$ pro kanály obdelníkového průřezu [T.1203] . . . . .	12		
• Rozpad laminárního proudění . . . . .	13		
<b>Turbulentní proudění . . . . .</b>	<b>14</b>		
• Přechod lam. proudění do turbulentního . . . . .	14		
• Přechod turbu. proudění do laminárního . . . . .	16		
<b>Praktický výpočet tlakové ztráty v potrubí nejen kruhového průřezu . . . . .</b>	<b>16</b>		
• Darcy-Weisbachova rovnice . . . . .	17		
• Orientační hodnoty absolutních drsností trubek [T.1194] . . . . .	18		
• Přetlaky v plynovodech zem. plynu [T.1142] . . . . .	19		
• Měrná tlaková ztráta v potrubí . . . . .	19		
• Tlaková ztráta v místních odporech . . . . .	20		
• Ekvivalentní délka potrubí $l \cdot d^{-1}$ některých armatur a potrubních tvarovek [T.1200] . . . . .	22		
• Charakteristika potrubního systému . . . . .	23		
• Výpočet char. potrubního systému [Ú.663] . . . . .	24		
<b>Vznik tlakové ztráty při adiabatickém proudění plynů . . . . .</b>	<b>24</b>		
• Stlačitelné proudění v kanálech konstatního průřezu . . . . .	25		

## Úvod

### • Tlaková ztráta

*Vnitřní tření a energie  
pro jeho překonání  
Třecí teplo*

Při proudění tekutin vzniká tření o povrch průtočného kanálu a obtékaných těles i tření uvnitř tekutiny (tzv. vnitřní tření). Třením ztrácí tekutina kinetickou energii a aby protekla kanálem požadovanou rychlostí (průtokem), musí nabývat kinetickou energii na úkor tlakové energie<sup>43</sup> poklesem tlaku na druhé straně kanálu – vzniká tlaková ztráta  $\Delta p_z$ , nebo na úkor jiné energie, například potenciální energie apod. Třením vzniká také třecí teplo (tekutina se zahřívá).

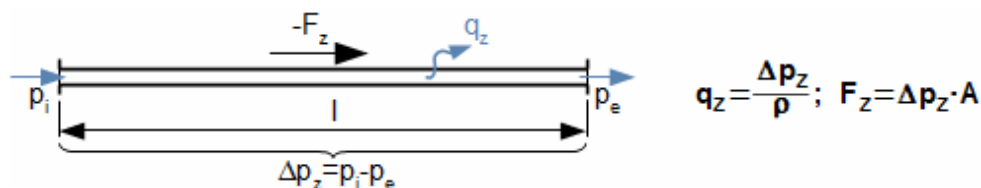
*Ztráty ve vířech*

Mimo ztráty třením vznikají v proudě i ztráty vířením, které mají stejný dopad jako tření, viz článek Škracení plynů a par<sup>37</sup>.

*Ztrátové teplo*

Teplo, které vzniká při tření a víření se nazývá ztrátové teplo<sup>43</sup>  $q_z$ , které v ideálním případě zůstává uvnitř tekutiny. Toto teplo zvyšuje vnitřní teplenou energii tekutiny<sup>43</sup> (zahřívá se). Při proudění nestlačitelné tekutiny lze tlakovou ztrátu přímo určit ze ztrátového tepla pomocí Bernoulliho rovnice<sup>11</sup>, viz *Obrázek 833*.

**833** *Tření tekutiny v  
potrubí a jeho důsledky*



Při proudění tekutiny potrubím (zleva do prava) lze sledovat vznik tlakové ztráty, třecí sílu i teplo uvolněné při tření.  $p$  [Pa] tlak;  $\rho$  [ $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ] hustota pracovní tekutiny;  $F_z$  [N] třecí síla působící mezi stěnou trubky a tekutinou;  $\Delta p_z$  [Pa] tlaková ztráta na vyšetřované délce potrubí;  $q_z$  [ $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$ ] měrné ztrátové teplo způsobené vnitřním třením tekutiny;  $l$  [m] vyšetřovaná délka trubky. Index  $i$  označuje vstup, index  $e$  výstup. Vzorec pro ztrátové teplo platí při konstantní hustotě pracovního plynu. Odvození vzorců je provedeno v *Příloze 833*, s. 49.

*Ideální tekutina*

Schopnost produkce vnitřního tření je vlastnost tekutiny nikoliv kanálu. Za účelem základních výpočtů složitých úloh v proudění a porovnávání definujeme tzv. ideální tekutinu, která nemá schopnost produkovat vnitřní tření a při jejím proudění nevzniká tlaková ztráta navíc má konstantní měrnou teplenou kapacitu. Modely proudění s ideální tekutinou jsou k reálnému proudění tím bližší, čím je schopnost skutečné tekutiny produkovat vnitřní tření menší.

*Kapalně helium  
Supratekutost*

Ideální tekutina není jen matematický ideál, ale ideální tekutinou je i kapalně Helium při teplotách pod 2 K, jedná se o tzv. supratekutost [6, s. 8], [23, s. 22-24]. Supratekutost také umožňuje existenci navzájem protiproudých proudění v jednom kanále bez vzniku tření [6, s. 50].

*Tlaková ztráta při  
dopravě tekutin a při  
dynamických jevech*

Pro běžnou technickou praxi má smysl se zabývat tlakovou ztrátou zejména při dopravě tekutin, například potrubím

konstantního průřezu vybavené různými armaturami a převážně touto problematikou se zabývá tento článek. Dále identifikujeme tlakovou ztrátu v kanálech určené pro transformaci tlakové a kinetické energie tekutiny jako jsou trysky a difuzory případně lopatkové kanály, ale v těchto případech je tlaková ztráta definována nepřímo – problematika ztrát v těchto kanálech je popsána zejména v článcích Proudění plynů a par tryskami<sup>40</sup>, Proudění plynů a par difuzory<sup>41</sup>, Základy aerodynamiky profilů lopatek a lopatkových mříží<sup>16</sup>.

*Rozdíl při výpočtu tl. ztráty při proudění nestlačitelných a stlačitelných tekutin*

Při dopravě tekutin se příliš nemění hustota tekutiny, proto se vychází z teorii pro nestlačitelnou tekutinu především z Bernoulliho rovnice. Při dopravě plynů se může hustota měnit na velmi dlouhých trasách plynovodů. V takových případech se obvykle řeší výpočet tlakové ztráty po úsecích [14, s. 71], na kterých se vychází ze střední hustoty plynu nebo přesněji z rovnic pro tlakovou ztrátu při proudění plynů za přítomnosti tření, které jsou popsány v kapitolách na konci tohoto článku.

*Důvody pro snížení tl. ztrát na třech příkladech*

Tlakovou ztrátu stanovujeme proto, abychom dokázali stanovit tlak na konci potrubí a práci čerpadla či ventilátoru pro pokrytí energetických potřeb vzniku ztrátového tepla. Výpočet ztrátového tepla je důležitý i v kriogenice při dopravě zkapalněných plynů potrubím, protože ztrátové teplo tyto podchlazené tekutiny zahřívá a ty mohou ztrácet vlastnosti nebo se dokonce odpařovat. Ztrátu při proudění krve v těle kompenzuje činnost srdce a čím je vyšší, tím větší musí být i výkon srdce, respektive větší rozdíl mezi tlakem na vstupu a výstupu ze srdce (minimálním a maximálním tlakem neboli tzv. diastolický a systolický tlakem).

### ● Rychlostní profil a střední rychlost proudění

*Definice rychlostního profilu*

Typickým projevem vnitřního tření tekutiny je nižší rychlost proudění u okrajů kanálu a vyšší v jádru proudu – rozložení rychlosti tekutiny ve vyšetřovaném řezu kanálu nazýváme rychlostní profil.

*Mezní vrstva*

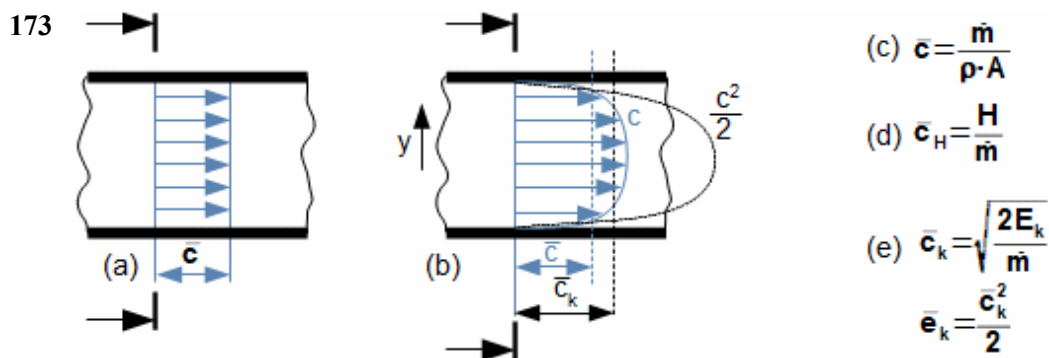
U okrajů kanálu dochází k přímému tření tekutiny o plochy kanálu a limitně je zde rychlost tekutiny nulová, viz *Obrázek 173*. Oblast proudění, která je přímo ovlivněna přítomností třecích ploch kanálu se nazývá mezní vrstva. Mezní vrstva nevzniká při proudění ideálních tekutin.

*Střední rychlosti proudění – tři definice*

Pro střední rychlost proudění se používají podle potřeby tři definice: **1.** Střední rychlost odvozená z průtoku; **2.** Střední rychlost odvozená z hybnosti proudu; **3.** Střední rychlost odvozená z kinetické energie proudu.

*Střední rychlost odvozená z průtoku*

**1/3.** Střední rychlost odvozená z průtoku je taková rychlost proudění, při které za jednotku času proteče kanálem stejné



(a) rychlostní profil v případě potenciální proudění<sup>42</sup> bez tření (ideální tekutina) při proudění mezi deskami; (b) rychlostní profil proudění reálné tekutiny; (c) střední rychlost proudění ze zákona zachování hmotnostního toku; (d) střední rychlost proudění ze zákona zachování hybnosti proudu; (e) střední rychlost proudění ze zákona zachování kinetické energie tekutiny.  $\bar{c}$  [ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ] střední rychlost tekutiny v kanále,  $c$  [ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ] místní rychlost tekutiny;  $y$  [m] souřadnice kolmá na směr proudění;  $A$  [ $\text{m}^2$ ] průtočný průřez;  $\dot{m}$  [ $\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$ ] hmotnostní průtok;  $\bar{c}_H$  [ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ] střední rychlost proudění vypočítaná z hybnosti proudu;  $H$  [N] hybnost proudu;  $E_k$  [W] kinetický výkon proudu;  $\bar{c}_k$  [ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ] střední rychlost proudění vypočítaná ze střední kinetické energie tekutiny;  $e_k$  [ $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$ ] střední měrná kinetická energie tekutiny. Odvození vzorců pro výpočet jednotlivých středních rychlostí tekutiny v kanále pro případ konstantní hustoty tekutiny v celém vyšetřovaném průřezu včetně vzorců pro výpočet hybnosti a kinetického výkonu proudu jsou uvedeny v Příloze 173, s. 28.

množství tekutiny odpovídající hmotnostnímu průtoku, viz Vzorec 173(c).

*Střední rychlost odvozená z hybnosti*

**2/3.** Střední rychlost odvozená z hybnosti proudu je taková rychlost proudění, při které by proud dosahoval stejné hybnosti (síla, kterou působí paprsek tekutiny na kolmou desku) jako skutečný proud s rychlostním profilem, viz Vzorec 173(d).

*Střední rychlost odvozená z kinetické energie*

**3/3.** Střední rychlost odvozená z kinetické energie tekutiny je taková rychlost proudění, při které by proud dosahoval stejného výkonu jako skutečný proud s rychlostním profilem, viz Vzorec 173(e).

*Použití jednotlivých definic střední rychlosti*

Uvedené definice střední rychlosti se v technické praxi používají, ale rozhodně nejčastější je používaná definice první, tj. střední rychlost odpovídá hmotnostního průtoku v kanále, a pokud není řečeno jinak, tak střední rychlosti v tomto článku je myšlena právě tato rychlost. Střední rychlost definovaná ze zákona zachování kinetické energie tekutiny se používá v energetických bilancích, například ve výpočtech pomocí Bernoulliho rovnice, ve které kinetická energie tekutiny vystupuje, apod.

### • Návrh hospodárných rychlostí tekutiny v potrubí

*Tlaková ztráta je funkcí střední rychlosti tekutiny*

Tlaková ztráta v daném potrubí je funkcí vlastností a stavu pracovní tekutiny a její střední rychlosti proudění. Střední rychlost proudění proto navrhuje tak, aby byla přijatelná v rámci technologie, ve které je potrubí instalováno (svou roli hraje energetická hustota a dispoziční možnosti a pod.) a také náklady na pořízení potrubí včetně montáže a údržby a náklady na čerpací nebo kompresní práci, odtud vyplývají hodnoty obvyklých a hospodárných rychlostí v potrubím pro různé pracovní látky, které lze nalézt např v [14, s. 141], výběr je pak uveden v *Tabulce 1197*.

**1197** Hodnoty hospodárných rychlostí v potrubí různých pracovních látek

	$c^-$		$c^-$
Olej	1...2	Pára přehřátá do 4 MPa	20...40
Voda	1...4	Pára přehřátá o vysokém tlaku	30...60, 80
Pára topná o nízkém tlaku	10...15	Výfuková pára (po expanzi ve stroji)	15...30
Pára sytá do 1 MPa	15...20	Vzduch (stlačený)	2...15

$c^-$  [ $m \cdot s^{-1}$ ]

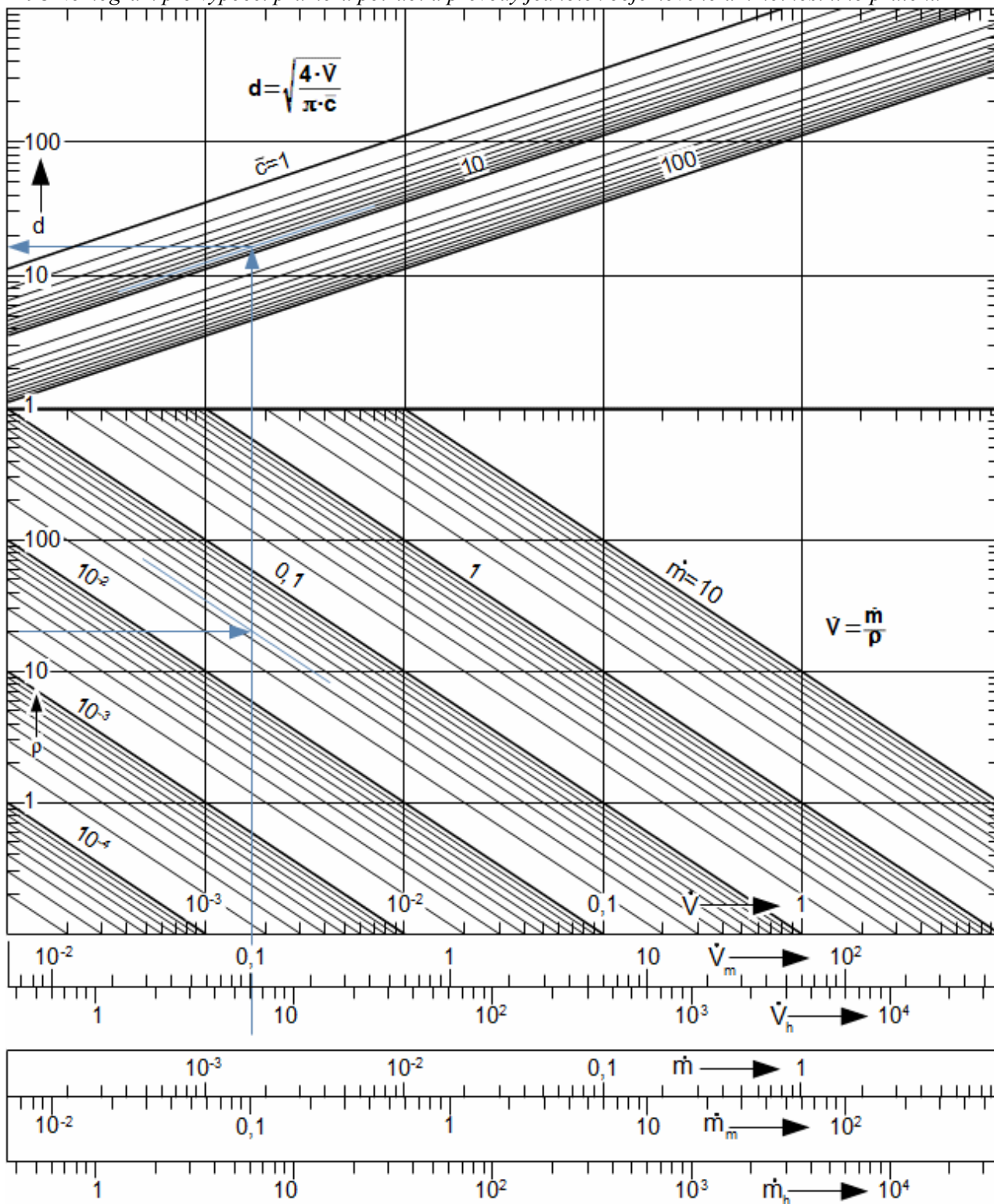
*Z navržené průměrné rychlosti se stanovuje průměr potrubí*

Obvykle právě z navržené rychlosti proudění, hustoty a požadovaného měrného průtoku se vypočítá hospodárný průměr potrubí, viz *Nomogram 1198*. Vypočítaný průměr potrubí je nutné zaokrouhlit podle vyráběných průměrů trubek odpovídající tlaku a teplotě, při které bude potrubí provozováno.

*Určení tlakové ztráty jako funkce střední rychlosti proudění*

K optimalizaci nákladů tedy potřebujeme znát rovnice pro výpočet tlakové ztráty jako funkce rychlosti (přesný výpočet hospodárné rychlosti v potrubí na základě závislosti tlakové ztráty na této rychlosti je provden například v [9, s. 187]).

1198 Nomogram pro výpočet průměru potrubí a převody jednotek objemového a hmotnostního průtoku



$c$  [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ],  $\rho$  [ $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ],  $\dot{m}$  [ $\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$ ],  $\dot{m}_m$  [ $\text{kg}\cdot\text{min}^{-1}$ ],  $\dot{m}_h$  [ $\text{kg}\cdot\text{h}^{-1}$ ],  $V$  [ $\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$ ],  $V_m$  [ $\text{m}^3\cdot\text{min}^{-1}$ ],  $V_h$  [ $\text{m}^3\cdot\text{h}^{-1}$ ]  
objemový průtok potrubím,  $d$  [mm] průměr potrubí.

### • Snížení průtoku, hybnosti a kinetické energie proudu v důsledku vnitřního tření

*Tři základní definice tloušťky mezní vrstvy*

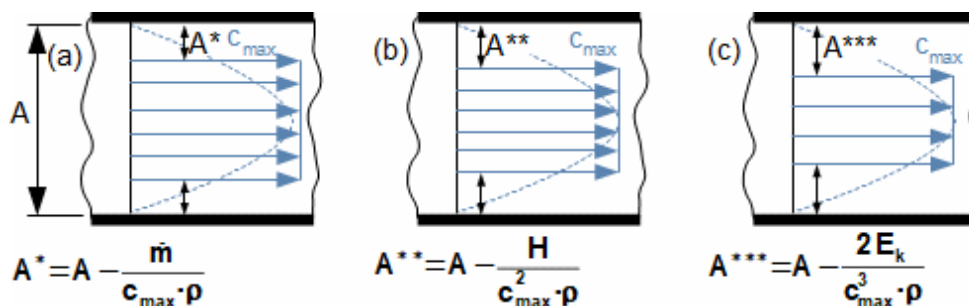
Vnitřní tření v tekutině nevytváří jen tlakovou ztrátu, ale také snižuje průtok, hybnost a kinetické energii proudu, oproti proudění bez vnitřního tření. Pro vyjádření těchto ztrát byly

definovány tyto tři charakteristické tloušťky mezní vrstvy: **1.** Pošinovací tloušťku mezní vrstvy; **2.** Impulsní tloušťku mezní vrstvy; **3.** Energetickou tloušťku mezní vrstvy.

Pošinovací tloušťka  
mezní vrstvy

**1/3.** Při proudění bez tření by v celém průtočném průřezu byla stejná rychlost (maximální) a tomu by odpovídal i hmotnostní průtok, ale v důsledku vnitřního tření tekutiny je průtok menší. Pošinovací tloušťka mezní vrstvy odpovídá průtočnému průřezu, kterým by protékala pracovní tekutina maximální rychlostí a hmotnostním průtokem rovnající se rozdílu mezi průtokem bez tření a skutečném průtoku, viz *Vzorec 409(a)*.

**409** Charakteristické  
tloušťky mezní vrstvy  
pro případ proudění v  
kanále



(a) pošinovací tloušťka mezní vrstvy; (b) impulsní tloušťka mezní vrstvy; (c) energetická tloušťka mezní vrstvy.  $A^*$  [m<sup>2</sup>] průtočný průřez pošinovací tloušťky mezní vrstvy;  $A^{**}$  [m<sup>2</sup>] průtočný průřez impulsní tloušťky mezní vrstvy;  $A^{***}$  [m<sup>2</sup>] průtočný průřez energetické tloušťky mezní vrstvy;  $c_{\max}$  [m·s<sup>-1</sup>] maximální rychlost proudění ve vyšetřovaném místě kanálu. Rovnice jsou odvozeny v *Příloze 409*, s. 31.

Impulsní tloušťka  
mezní vrstvy

**2/3.** Při proudění bez tření by v celém průtočném průřezu byla stejná hybnost tekutiny (maximální) a tomu by odpovídala i celková hybnost proudu, ale v důsledku vnitřního tření tekutiny je celková hybnost menší. Impulsní tloušťka mezní vrstvy odpovídá průtočnému průřezu, kterým by protékala pracovní tekutina maximální rychlostí s hybností proudu rovnající se rozdílu mezi celkovou hybností bez tření a skutečnou celkovou hybností proudu, viz *Vzorec 409(b)*.

Energetická tloušťka  
mezní vrstvy

**3/3.** Při proudění bez tření by v celém průtočném průřezu byla stejná kinetická energie tekutiny (maximální) a tomu by odpovídal i celkový kinetický výkon proudu, ale v důsledku vnitřního tření tekutiny je celkový kinetický výkon menší. Energetická tloušťka mezní vrstvy odpovídá průtočnému průřezu, kterým by protékala pracovní tekutina maximální rychlostí s kinetickým výkonem proudu rovnající se rozdílu mezi kinetickým výkonem proudu bez tření a skutečným výkonem proudu, viz *Vzorec 409(c)*.

Char. tloušťky mezní  
vrstvy při obtékání  
těles

V případech obtékání těles se jednotlivé charakteristické tloušťky mezní vrstvy stanovují k rychlosti proudu před obtékáním tělesem, přičemž hranice ovlivněné oblasti, ke které

se stanovuje průtok, je ve vzdálenosti, ve které je rychlost proudění už velmi blízká rychlosti před ovlivněnou oblastí, podrobněji v [19, s. 235].

*Využití definic char. tloušťek mezní vrstvy*

Tyto charakteristické tloušťky mezní vrstvy se uplatňují v aerodynamice kanálů a to především v aerodynamice lopatkových kanálů. Podle jednotlivých tlouštěk lze porovnávat typy kanálu mezi sebou z pohledu rychlostí, hybnosti a energetických ztrát, protože jsou aplikace, kde je důležitá například co nejmenší ztráta hybnosti a u jiné energetická ztráta a podobně. Například hybnost je důležitá při vyhodnocování citlivosti mezní vrstvy na odtržení profilu v difuzoru, viz podkapitola Opatření ke snížení citlivosti na odtržení mezní vrstvy<sup>41</sup>.

*Dva základní druhy proudění jako klíč pro výpočet*

Z úvodních podkapitol je zřejmé, že pro výpočty parametrů proudění v kanálech jako je tlaková ztráta nebo charakteristická tloušťka mezní vrstvy potřebujeme znát tvar rychlostního profilu. Tvar rychlostního profilu se odvíjí od druhu proudění, přičemž rozlišujeme dva základní druhy proudění, a to laminární a turbulentní a podle toho se vzorce pro výpočty odvíjejí, proto je velmi důležité umět tyto dva druhy proudění rozlišit.

- 413 Úloha** Vypočítejte charakteristické tloušťky mezní vrstvy pro proudění mezi dvěma deskami, jestliže víte, že rychlostní profil je parabolický. Potřebné rychlosti, šířku, výšku kanálu a hustotu tekutiny si zvolíte. Řešení úlohy je uvedeno v *Příloze 413*, s. 32.

## Laminární proudění

*Lze identifikovat rovnoběžná proudová vlákna*

Při laminárním proudění vytváří tekutina rovnoběžná proudová vlákna, přičemž tato vlákna po sobě klouzají (v rámci vlákna vytváří tekutina drobné víry). Tekutina v sousedních proudových vlákních se nepromíchává. Laminární proudění není potenciální proudění, protože rotor vektoru rychlosti<sup>42</sup> je různý od nuly a mezi jednotlivými vlákny vytváří tekutina drobné víry, proto je laminární proudění současně i vírové<sup>42</sup>.

### • Tečné napětí v tekutině a viskozita

*Definiční vztah viskozity*

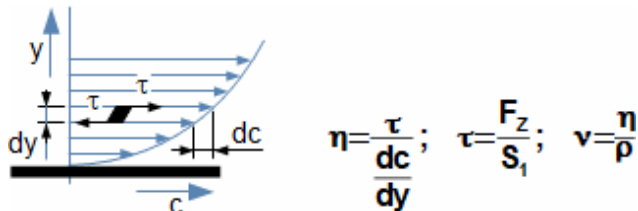
Vliv vnitřního tření na rychlostní profil při laminárním proudění lze kvalifikovat pomocí veličiny zvané dynamická viskozita (zkráceně jen viskozita), viz definiční *Vzorec 655*, s. 35. Dynamická viskozita je poměr mezi tečným napětím a tenzorem rychlosti. U většiny tekutin je tato úměra platná (výjimku činí pouze anomální kapaliny).



*Newtonovská tekutina*

Tekutiny, u kterých lze uplatnit výše uvedenou definici viskozity nazýváme newtonovské tekutiny a naopak tekutiny, ve kterých se viskozita mění s rychlostí nazýváme neneutronovské tekutiny (tekutiny obsahující větší shluky molekul jako koloidní roztoky, suspence, emulze gely apod. [1, s. 395], [33, s. 24]). Tekutiny, které mají nenulovou viskozitu se nazývají viskozí tekutiny.

655



$\eta$  [Pa·s] dynamická viskozita pracovní tekutiny;  $\tau$  [Pa] tečné (smykové) napětí mezi proudovými vlákny způsobené třecí silou (tření mezi proudnicemi);  $\nu$  [m<sup>2</sup>·s<sup>-1</sup>] kinematická viskozita;  $S$  [m<sup>2</sup>] třecí plochy mezi vyšetřovanými vlákny. Jak definoval Newton viskozitu je popsáno v *Příloze 655*, s. 34.

*Tečná napětí při prostorovém proudění*

Při definici viskozity *Vzorcem 655* jsme vycházeli z velmi jednoduchého případu proudění v rovině. Ale definovat jednotlivá napětí od tření tekutiny při proudění v prostoru je už mnohem složitější. Vztahy mezi jednotlivými tečnými napětími a viskozitou při proudění v prostoru naleznete například v [26, s. 613] nebo v [33, s. 97].

*Hodnoty viskozit*

Dynamická viskozita tekutin se měří pomocí viskozimetrů, kterých je několik typů [1, s. 406]. Výsledky měření se uvádí do tabulek, které se využívají při výpočtech. Problém získání komplexních dat hodnot viskozity je v tom, že viskozita tekutin závisí na teplotě a tlaku. S rostoucí teplotou dynamická viskozita kapalin klesá a s rostoucím tlakem vzrůstá. Vliv tlaku je u většiny kapalin nevýznamný, vyjma velmi vysokých tlaků v řádech megapascalů. Dynamická viskozita plynů s rostoucí teplotou vzrůstá a je nezávislá na tlaku, vyjma extrémně nízkých nebo naopak vysokých tlaků [1, s. 446]. Z těchto důvodů se uvádí dynamické viskozity tekutiny pro technické účely pouze v závislosti na teplotě (pro některé případy lze použít pro výpočet změny dynamické viskozity plynů s teplotou rovnicí odvozenou australským fyzikem **Williamem Sutherlandem** (1859-1911), která je uvedena například v [1, s. 447], [33]). Hodnoty dynamické a kinematické viskozity různých tekutin jsou uvedeny například v [12], [13], [21], [2], [22], pro vodu a páru v *Tabulkách 1190, 1191*.

*Viskozita směsi*

V technické praxi se velmi často pracuje se směsmi, jak plynnými, tak kapalnými, které se skládají ze dvou nebo více čistých látek. Viskozita směsi přibližně závisí na molárních koncentracích jednotlivých složek směsi, viz *Vzorec 1025*.

Nomogram pro určení výsledné viskozity směsi kapalin, respektive olejů je uveden např. v [18, s. 47]. Hodnoty viskozity suchého a vlhkého vzduchu jsou v *Tabulkách 1192, 1193*.

**1190** *Viskozita vody při tlaku 101 325 Pa*

t	0	10	20	30	40	50	60	70	80
$\eta$	1770,2	1303,9	1001,9	797,3	652,6	546,8	466,5	404,2	354,7
v	1769,7	1303,7	1003,3	800,46	657,46	553,2	474,28	413,22	364,84
t	90	100	110	120	130	140	150	160	170
$\eta$	314,7	281,8	254,7	232,05	212,9	196,54	182,46	170,24	159,55
v	325,87	293,92	267,84	246,05	227,74	212,22	198,97	187,6	177,78

t [°C] teplota;  $\eta$  [ $\mu\text{Pa}\cdot\text{s}$ ]; v [ $\text{nm}^2\cdot\text{s}^{-1}$ ] Hodnoty od teploty 100 °C a výše jsou pro sytou vodu, tedy při vyšším tlaku odpovídající syté kapalině. Výběr z [12], [29].

**1191** *Viskozita syté vodní páry*

t	0	10	20	30	40	50	60	70	80
$\eta$	9,24	9,461	9,7272	10,01	10,307	10,616	10,935	11,26	11,592
v	1778	1005,8	561,81	329,12	201,15	127,68	83,837	56,747	39,474
t	90	100	110	120	130	140	150	160	170
$\eta$	11,929	12,269	12,612	12,956	13,301	13,647	13,992	14,337	14,681
v	28,141	20,511	15,251	11,547	8,8853	7,9770	5,4912	4,3983	3,5615

t [°C];  $\eta$  [ $\mu\text{Pa}\cdot\text{s}$ ]; v [ $\text{nm}^2\cdot\text{s}^{-1}$ ]. Výběr z [29], [30].

$$1025 \quad \eta = \sum \eta_i \delta_i$$

$\eta_i$  [ $\text{Pa}\cdot\text{s}$ ] dynamická viskozita jednotlivé složky směsi;  $\delta_i$  [1] molární zlomek jednotlivé složky směsi.

**1192** *Viskozita suchého vzduchu při 0,1 MPa*

t	-20	0	10	20	40	60	80	100	150
$\eta$	16,28	17,08	17,75	18,24	19,04	20,10	20,99	21,77	23,83
v	11,93	13,70	14,70	15,70	17,60	19,60	21,70	23,78	29,50
t	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
$\eta$	25,89	29,70	33	36,20	39,10	41,70	44,40	46,60	49,30
v	35,82	48,20	63	79,30	96,80	115	135	155	178

t [°C];  $\eta$  [ $\mu\text{Pa}\cdot\text{s}$ ]; v [ $\text{nm}^2\cdot\text{s}^{-1}$ ]. Výběr z [2], [22], [13], [21].

**1193** *Viskozita vlhkého vzduchu při 0,1 MPa*

$\eta$	$\varphi$	t=10	20	40	60	80	100
	0,2	17,73	18,20	18,91	19,75	20,15	20,12
	0,4	17,71	18,16	18,79	19,43	19,45	18,96
	0,6	17,69	18,12	18,67	19,13	18,86	18,10
	0,8	17,67	18,09	18,56	18,85	18,35	17,43
	1	17,65	18,05	18,45	18,59	17,91	16,90
v	0,2	14,67	15,63	17,35	18,86	19,77	19,66
	0,4	14,63	15,56	17,11	18,17	18,16	16,75
	0,6	14,60	15,49	16,87	17,53	16,80	14,60
	0,8	14,57	15,43	16,64	16,93	15,62	12,93
	1	14,54	15,36	16,42	16,38	14,60	11,61

t [°C];  $\eta$  [ $\mu\text{Pa}\cdot\text{s}$ ]; v [ $\text{nm}^2\cdot\text{s}^{-1}$ ];  $\varphi$  [1] relativní vlhkost vzduchu<sup>43</sup>.

**1139 Úloha** Určete tvar tenzoru napětí v tekutině při laminárním proudění mezi dvěma deskami, jestliže ve vyšetřovaném bodě je tlak  $p$ . Řešení úlohy je uvedeno v *Příloze 1139, s. 56*.

**659 Úloha** Určete viskozitu suchého vzduchu při standardních podmínkách. Uvažujte, že obsahuje pouze dusík a kyslík. Řešení úlohy je uvedeno v *Příloze 659, s. 37*.

### • Rovnice popisující laminární proudění

Navier-Stokesova  
rovnice

Nyní stojíme před úkolem určit ztrátu případně tvar profilu při laminárním proudění. Při řešení nelze aplikovat rovnice potenciálního proudění a je nutné odvodit zcela nový typ rovnice zahrnující ztrátové teplo. Jak již víme, množství ztrátového tepla roste ve směru proudění, odtud a pomocí definice viskozity, lze odvodit rovnici laminárního pohybu tekutiny nazývanou také jako Navier-Stokesovu rovnicí, viz *Rovnice 791*. Uvedenou rovnici na základě kinetiky pohybu molekul odvodil francouzský inženýr **Claude-Louis Navier** (1785-1836). Irský matematik **George Gabriel Stokes** (1819-1903) je v názvu přidán na počest, protože s rovnicí dále experimentoval a hlouběji popsal její možnosti [34], i když vědců, kteří ji rozvinuli je více [28].

$$791 \quad \frac{\eta}{\rho} \nabla^2 \vec{c} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + (\vec{c} \cdot \nabla) \vec{c} + \vec{g}; \quad -\frac{\eta}{\rho} \nabla^2 \vec{c} = \vec{q}_z; \quad d\vec{q}_z = \vec{q}_z \cdot d\vec{s}$$

$\vec{q}_z$  [J·kg<sup>-1</sup>·m<sup>-1</sup>] vektor měrného ztrátového tepla (množství ztrátového tepla uvolněného v 1 kg tekutiny při posuvu o 1 m) – nejedná se o gradient, protože ztrátové teplo není potenciální veličina (jeho velikost záleží na dráze);  $(\vec{c} \cdot \nabla) \vec{c}$  [J·kg<sup>-1</sup>·m<sup>-1</sup>] změna (gradient) kinetické energie ve směru proudění. Rovnice je odvozena pro případ ustáleného laminárního proudění viskózní tekutiny v *Příloze 791*, s. 44.

Postřehy získané z N-S  
rovnice

Z rovnice ztrátového tepla mimo jiné plyne, že plyn při velmi malé hustotě, respektive tlaku může mít velmi vysoké vnitřní tření. To je také příčina výskytu laminárního proudění při malých rychlostech nebo u tekutin s vysokou kinematickou viskozitou.

Mechanismus disipace  
energie v laminárním  
proudění

Ztrátové teplo  $q_z$  je přesně to teplo, které zvyšuje entropii tekutiny, jak je popsáno v kapitole Vratnost termodynamických změn a entropie<sup>43</sup>. Tato energie zvyšuje vnitřní tepelnou energii tekutiny nebo kinetickou energii vírů vznikajících mezi proudnicemi. Tyto víry získávají energii tak, že třecí síla vytváří moment v nejbližším okolí vyšetřovaného bodu, jak naznačuje *Obrázek 655*, s. 35. Nicméně při stabilním laminárním proudění mají víry stále stejnou energii, takže stejné množství energie se třením transformuje také na vnitřní tepelnou energii. U plynů se část ztrátového tepla, respektive vnitřní tepelné energie může zpět transformovat na tlakovou, kinetickou nebo potenciální energii, respektive práci. To je způsobeno tím, že při zvýšení teploty se zvětší měrný objem plynu, viz také teplo znovu využité<sup>13</sup> či přídavné ztráty<sup>13</sup> u tepelných strojů.

Eulerova rovnice  
hydrodynamiky pro  
vírové proudění

Už víme, že laminární proudění není potenciální a pro popis jeho dynamických účinků nelze použít Eulerovu rovnici hydrodynamiky pro ideální tekutinu<sup>42</sup>, protože vektor rychlosti není potenciální veličina. Přesto lze Eulerovu rovnici, tedy rovnici silové rovnováhy, pro vírové proudění odvodit stejným postupem jako v případě proudění ideálních tekutin, rozdíl je ve

stanovení zrychlení tekutiny. V případě ideálních tekutin je zrychlení rovno gradientu kinetické energie, v případě vírového laminárního proudění je změna kinetické energie a tedy zrychlení tekutiny ve směru proudění rovna skalárnímu násobku vektoru rychlosti a divergence rychlosti<sup>42</sup>, viz *Rovnice 997*.

$$997 \quad \vec{a} = (\vec{c} \cdot \nabla) \vec{c} = \vec{g} - \frac{1}{\rho} \nabla p \qquad (\vec{c} \cdot \nabla) \vec{c} = \nabla \left( \frac{c^2}{2} \right) + \vec{c} \times (\nabla \times \vec{c})$$

Odvození Eulerovy rovnice hydrodynamiky pro vírové proudění a souvislosti s potenciálním prouděním jsou uvedeny v *Příloze 997*, s. 55.

### • Příklady výpočtu tlakové ztráty při laminárním proudění

*Parametry laminárního proudění v potrubí*

Odvození vzorců pro tlakovou ztrátu a rychlost tekutiny při laminárním proudění v kanálech jednoduchých tvarů není pomocí Navier-Stokesovy rovnice obtížné [1], [26], [27], [28]. Například pro potrubí kruhového průřezu lze odvodit *Vzorce 872*.

$$872 \quad \Delta p_z = 8 \frac{\dot{V} \cdot l \cdot \eta}{\pi r_e^4} = 8 \frac{\bar{c} \cdot l \cdot \eta}{r_e^2}; \quad c = 2 \frac{\dot{V}}{\pi r_e^4} (r_e^2 - r^2) = 2 \frac{\bar{c}}{r_e^2} (r_e^2 - r^2); \quad q_z = \frac{\Delta p_z}{\rho} = 8 \frac{\eta \bar{c} \cdot l}{\rho r_e^2}$$

$r_e$  [m] vnitřní poloměr potrubí;  $l$  [m] délka potrubí;  $r$  [m] vzdálenost vyšetřovaného poloměru od středu (osy) potrubí;  $c$  [ $m \cdot s^{-1}$ ] axiální složka rychlosti (ve směru osy potrubí);. Vztah je odvozený v *Příloze 872*, s. 51 pro případ ustáleného proudění nestlačitelné tekutiny v kruhového potrubí a při vynechání vlivu potenciální energie. Tyto vzorce poprvé odvodil německý inženýr **Gotthilf Hagen** (1797-1884) a francouzský fyzik **Jean Poiseuille** (1797-1869), proto se někdy označují jako Poiseuilleův zákon [25, s. 36]. Experimenty platnost této rovnice potvrdil (mimo velmi krátkých úseků) německý inženýr původem z Gruzie **Johanna Nikuradseho** (1894-1979).

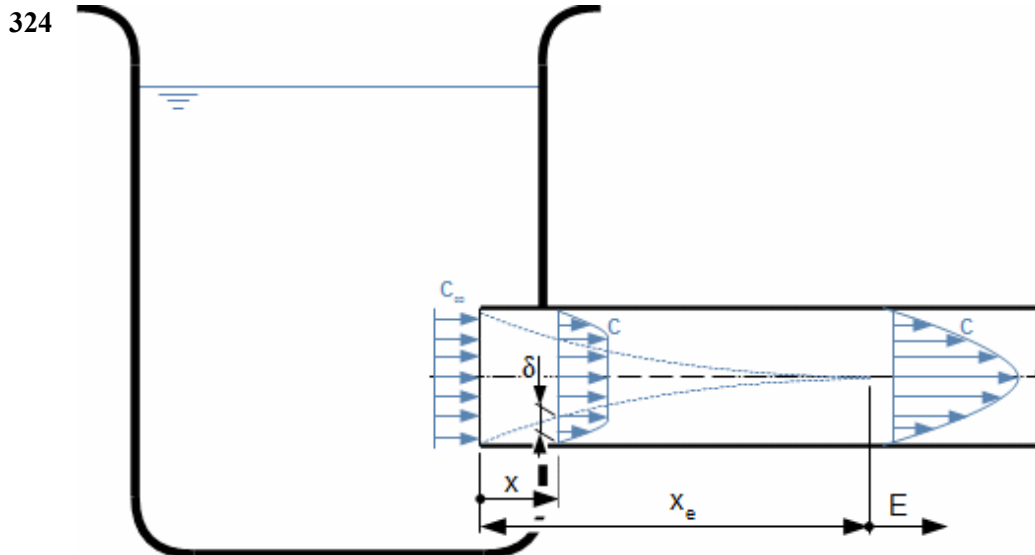
**781 Úloha** Stanovte vzorce pro ztrátové teplo, tlakovou ztrátu a rychlost pro případ ustáleného laminárního proudění nestlačitelné tekutiny mezi dvěma deskami. Řešení úlohy je uvedeno v *Příloze 781*, s. 40.

### • Vývoj rychlostního profilu laminárního proudění a jeho střední rychlost

*Popis vzniku laminární mezní vrstvy*

Rychlostní profil po celé vyšetřované délce nemusí být stálý, zvláště jedná-li se o vstupní úsek do zkoumaného kanálu, ve kterém teprve dochází ke vzniku mezní vrstvy (objeví se zdroje tření – stěny kanálu, viz *Obrázek 324*, s. 12). Mezní vrstva vzniká při povrchu obtékaných těles či ploch kanálů. Z této příčiny na začátku obtékaných těles či počátečních úseků kanálů vzniká a postupně se vyvíjí laminární mezní vrstva, která se šíří směrem od obtékané plochy, a tím se postupně mění rychlostní profil. Aby byla zachována kontinuita proudu, musí se na hranici mezní vrstvy a v jádru proudu rychlost zvyšovat, protože u profilu je nulová. V případě uzavřených kanálů se mezní vrstvy protilehlých stran, tak jak neustále rostou, po určité délce spojí a vývoj se zastaví (ustálená mezní vrstva), viz *Obrázek 324*, s. 12.

V takovém případě hovoříme o plně vyvinuté mezní vrstvě, rychlostním profilu či obecně o plně vyvinutém proudění. Postupný vývoj rychlostního profilu je také důvod, proč u velmi krátkých kanálů je střední rychlost velmi blízká maximální rychlosti.



$c_0$  [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ] rychlost proudění na vstupu do vyšetřovaného úseku kanálu;  $x_e$  [m] vstupní úsek (není dokončen vývin mezní vrstvy);  $E$  [m] oblast plně vyvinuté mezní vrstvy. Zdroj: [16, s. 8-4], [17, s. 66].

Výpočet vstupní délky kanálu

Vstupní délka kanálu  $x_e$ , na které dochází k vývoji mezní vrstvy je funkcí poměru dynamického tlaku a tečného napětí v proudu, který označujeme jako Reynoldsovo číslo  $Re$ , dále je funkcí koeficientu hydraulické vstupní délky kanálu, jeho tvaru a tzv charakteristickém rozměru, viz Vzorec 656.

$$656 \quad x_e \geq C_h \cdot L \cdot Re; \quad Re = \frac{\bar{c} L}{\nu}$$

$C_h$  [m] koeficient hydraulické vstupní délky;  $L$  [m] charakteristický rozměr;  $Re$  [1] Reynoldsovo číslo (do vzorce pro  $x_e$  dosazujeme  $Re$  při plně vyvinuté mezní vrstvě), podrobné odvození Reynoldsova čísla viz [1, s. 404]. Popisy jednotlivých veličin následují.

Koeficient hydraulické vstupní délky

Pro trubku kruhového průřezu jsou hodnoty hydraulické vstupní délky přibližně v rozsahu  $C_h \approx 0,025 \dots 0,065$  – hodnotu  $0,065$  odvodil francouzský fyzik a matematik **Joseph Boussinesq** (1842-1929), hodnotu  $0,025$  německý fyzik **Ludwig Schiller** (1882-1961). Přičemž lze říci, že vyšší hodnoty odpovídají pro kratším a nižší delším vstupním úsekům [3, s. 194], [28, s. 143]. Koeficienty  $C_h$  pro kanály jiných než kruhových průřezů jsou uvedeny v [32, s. 208] a v *Tabulce 1203* jsou uvedeny hodnoty pro obdelníkové kanály.

1203 Hodnoty  $C_h$  pro kanály obdelníkového průřezu

	$t=h$	$h=2 \cdot t$	$h=4 \cdot t$	$h \cdot t^{-1} \approx \infty$
$C_h$	0,09	0,085	0,075	0,011

$C_h$  [m];  $h$  [m] delší strana obdelníka;  $t$  [m] kratší strana obdelníka. Výběr z [32].

Charakteristický  
rozměr – ekvivalentní  
průměr

Charakteristický rozměr ve *Vzorcích 656* zohledňuje rozměr průtočného kanálu, respektive obtékaného tělesa. Je to rozměr, ke kterému se provádí případná měření. Charakteristický rozměr uzavřených kanálů je nejčastěji definován jako poměr čtyřnásobku velikosti průtočného průřezu a omočeného obvodu kanálu (*Vzorec 660*) – v případě kruhového průřezu se tedy jedná o průměr, proto se také charakteristický rozměr nazývá i jako ekvivalentní průměr, [2, s. 110]. Existují ale i atypické případy, které jsou uvedeny v [31, s. 378] a charakteristickým rozměrem těles bývá obvykle rozměr, který má největší vliv na proudění (například u lopatkových profilů<sup>15</sup> je to délka tětiny<sup>15</sup>).

$$660 \quad L = \frac{4 \cdot A}{u}$$

$A$  [m<sup>2</sup>] průtočná plocha;  $u$  [m] omočený obvod (obvod průtočného průřezu, který je ve styku s proudící tekutinou). V případě proudění mezi dvěma velmi širokými deskami (nekonečně širokými) se vynechává vliv okrajů desek, tedy délky omočených bočních stěn a charakteristickým rozměrem je dvojnásobek vzálenosti desek.

Reynoldsovo číslo

Reynoldsovo číslo definované *Vzorcem 656* je podobnostní součinitel<sup>18</sup>. Pomocí Reynoldsova čísla lze porovnávat proudění v kanálech nebo proudění kolem těles podobných tvarů v závislosti na reprezentativním rozměru kanálu, respektive tělesa (tzv. charakteristický rozměr).

Střední rychlost  
laminárního proudění

Výpočet střední rychlosti plně vyvinutého laminárního proudění není u jednoduchých kanálů problematický, jak naznačují příklady v předchozí podkapitole *Příklady výpočtu tlakové ztráty při laminárním proudění na s. 11*. Odtud lze pro laminární proudění mezi dvěma deskami a v potrubí odvodit vztah mezi střední rychlostí proudění a měrnou kinetickou energií proudu, respektive střední rychlostí proudění vypočítanou ze vzorce pro měrnou kinetickou energii  $c$  definovanou *Vzorcem 173, s. 3*. Tyto vztahy jsou popsány *Vzorci 266*.

$$266 \quad (a) \quad c = \sqrt{\frac{5}{3}} e_k = \sqrt{\frac{5}{6}} c_k \quad (b) \quad c = \sqrt{e_k} = \sqrt{\frac{1}{2}} c_k$$

(a) vztah mezi měrnou kinetickou energií a střední rychlostí proudění při laminárním proudění tekutiny mezi dvěma deskami; (b) vztah mezi měrnou kinetickou energií a střední rychlostí proudění při laminárním proudění tekutiny trubkou. Rovnice byly odvozeny pro konstantní hustotu tekutiny  $\rho = \text{konst.}$ . Odvození rovnic je uvedeno v *Příloze 266, s. 29*.

### • Rozpad laminárního proudění

Kritická střední  
rychlost proudění a  
rozpad proudnic

Z *Obrázku 655, s. 8* je zřejmé, že mezi proudnicemi působí na element tekutiny dvojice sil, která jej uvádí do rotace. To znamená, že mezi jednotlivými proudnicemi vzniká řada drobných vírů, které svou energii při laminárním proudění maří

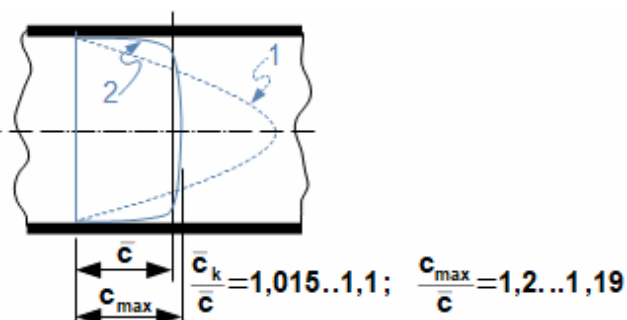
třením, ale při vyšších rychlostech energie ve vírech postupně roste. Nakonec mohou víry získat takovou energii, že začnou narušovat hranice proudnic a dochází k vzájemnému promíchávání proudu a sdílení energií. Nastává turbulentní proudění. Rychlost, při které toto nastane se nazývá kritická střední rychlost proudění. Při této rychlosti setrvačné síly částic převažují nad třecí silou.

## Turbulentní proudění

*Rychlostní profil a střední rychlost při turbulentním proudění*

Při turbulentním proudění nemají částice ve všech místech stálou rychlost, ale průměrně lze definovat jak střední rychlost proudění tekutiny, tak rychlostní profil, viz *Obrázek 834*. Tvar rychlostního profilu turbulentního proudění lze stanovit podle rovnic uvedených například v [33, s. 171] a [19, s. 257].

**834** *Turbulentní rychlostního profilu potrubí kruhového průřezu*



1 rychlostní profil laminárního proudění; 2 rychlostní profil turbulentního proudění.  $c_{\max}$  [ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ] maximální rychlost v turbulentním profilu. Data pro poměry rychlostí [3, s. 78], [14, s. 57].

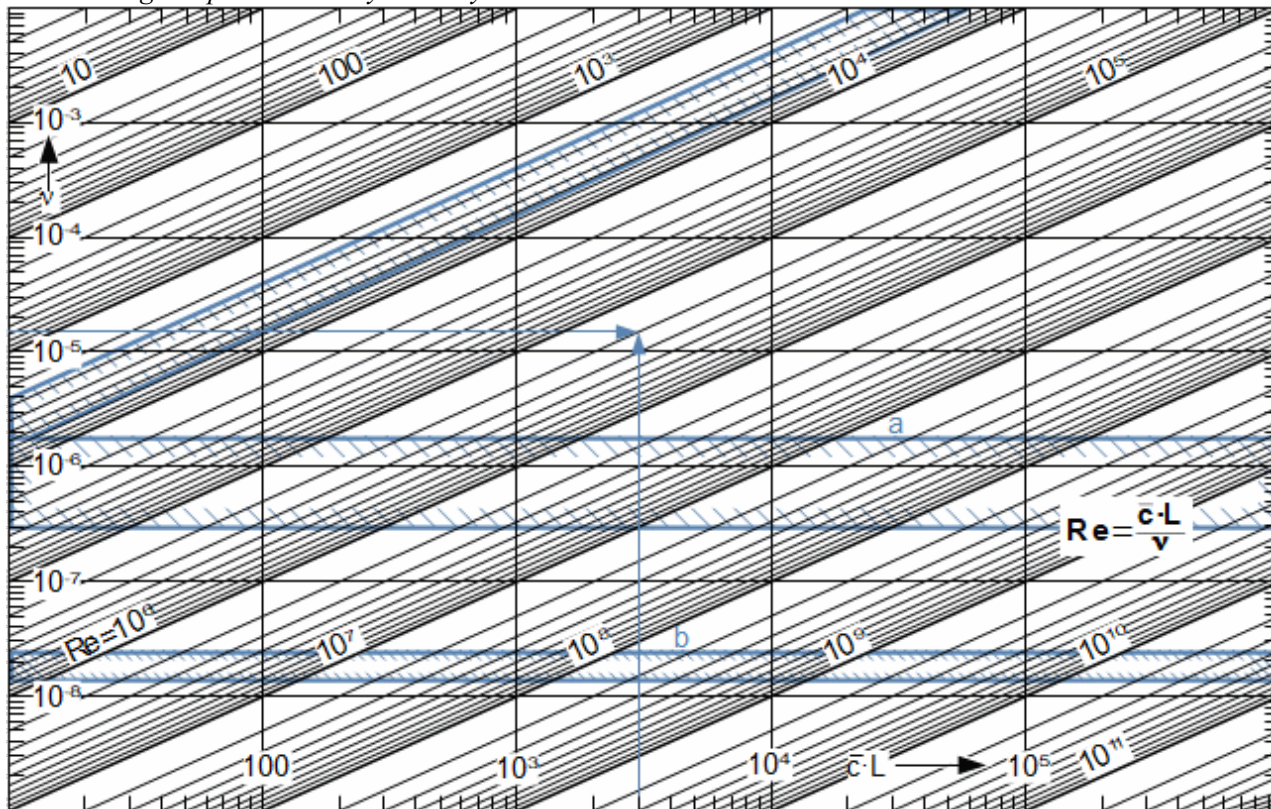
### • Přechod laminárního proudění do turbulentního

*Kritické Reynoldsovo číslo*

Přechod z laminárního proudění do turbulentního je pozvolný a rozhodující pro určení o jaké proudění se jedná je velikost Reynoldsova čísla vyšetřovaného proudění, protože vznikající víry budou narušovat proudová vlákna tím více, čím větší bude poměr dynamického tlaku proudící tekutiny (setrvačná síla) ku tečnému napětí (třecí síla) v tekutině. Velikost Reynoldsova čísla, při kterém dochází k zhroucení laminárního proudění se nazývá kritické Reynoldsovo číslo. Při opakovaných experimentech proudění v potrubí, kde charakteristickým rozměrem byl průměr potrubí, bylo zjištěno, že do  $Re = 2320$  se jedná vždy o laminární proudění (kritické Reynoldsovo číslo  $Re_K$ , kritická střední rychlost proudění). V rozmezí  $Re=2320$  do  $Re=5000$  až  $6000$  je tzv. přechodová oblast (rychlostní profil je nestabilní). Od  $Re=6000$  (tzv. horní kritické Reynoldsovo číslo) se jedná o proudění turbulentní. Je třeba zdůraznit, že v praxi tyto hodnoty budou nižší, protože zde uvedené hodnoty pocházejí z měření

v laboratořích na dokonale uložených potrubích bez vibrací. Nomogram pro výpočet Reynoldsova čísla s vyznačením přechodové oblasti mezi prouděním pro potrubí je na *Obrázku 1196*. Z nomogramu mimo jiné vyplývá, že laminární proudění v běžných případech nastává jen za velmi vysokých hodnot kinematických viskozit a nízkých rychlostí, jinak jsou Reynoldsova čísla daleko větší než kritické Reynoldsovo číslo.

1196 Nomogram pro odečet Reynoldsových čísel



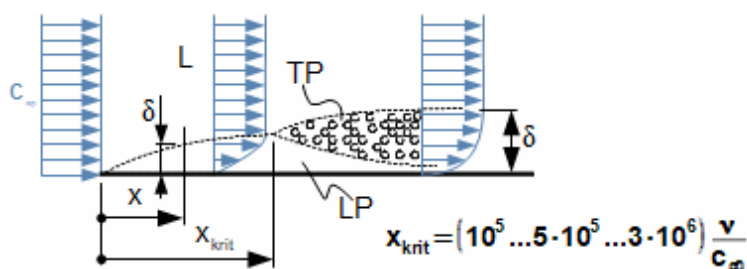
$\bar{c}$  [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ],  $L$  [mm],  $\nu$  [ $\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$ ],  $Re$  [1]. Přechodová oblast Reynoldsových čísel pro potrubí kruhového průřezu je vyznačena modrou barvou. Oblast **a** vyznačuje rozsah kinematických viskozit vody mezi  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  a  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ , oblast **b** vyznačuje rozsah kinematických viskozit suchého vzduchu mezi  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  a  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

*Délka přechodu  
laminárního proudění  
do turbulentního  
Turbulizátory*

Při postupném vývoji mezní vrstvy nepřechází proudění ani při vysokých rychlostech přímo na turbulentní, nejprve totiž musí dojít k projevům třecích sil. Proto k vývoji turbulencí dojde až od určité vzdálenosti od vstupu, viz *Obrázek 792*, s. 16. Například o plně vyvinutém turbulentním prouděním v potrubí můžeme hovořit až v oblasti potrubí vzdálené od ústí  $10$  až  $60$  průměrů potrubí [17, s. 66]. Délka úseku, na které začne proudění turbulizovat také záleží na geometrii vstupu, kde se mohou narušovat proudnice o vstupní hrany a také drsnosti povrchu, na tomto principu fungují tzv. turbulizátory, která mají za úkol vyvolat turbulentní proudění co nejdříve, například pro potřeby promíchávání proudů, nebo pro potřeby rovnoměrného rozložení kinetické energie proudu jako jedno z opatření ke snížení citlivosti na odtržení mezní vrstvy<sup>41</sup> od stěn difuzorů a pod.



792



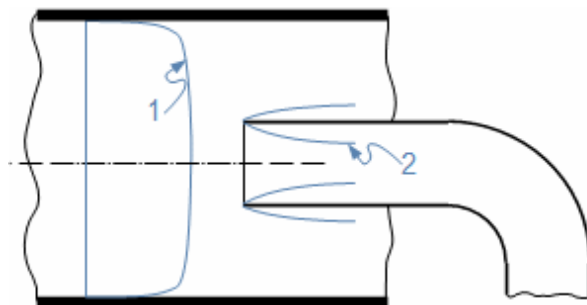
MV mezní vrstva; L laminární proudění; LP laminární podvrstva; T turbulentní proudění.  $\delta$  [m] lokální tloušťka mezní vrstvy (výpočet například v [19, s. 257]);  $x$  [m] vzdálenost od okraje;  $x_{krit}$  [m] začátek přechodu z laminární do turbulentní mezní vrstvy (uvedený vzorec pro výpočet  $x_{krit}$  je pro obtékání desky, nižší hodnoty z rozmezí jsou pro drsnější povrchy, jako nejčastější hodnota se uvádí  $5 \cdot 10^5$  [17, s. 54]). Zdroj: [16, s. 8-4].

### ● Přechod turbulentního proudění do laminárního

*Pokles  $Re$ , nebo přechod na nový obtékaný povrch*

Turbulentní proudění může zpět přejít do laminárního, jestliže klesne součin rychlosti a charakteristického rozměru, respektive klesne Reynoldsovo číslo pod kritické Reynoldsovo číslo. Například vložíme-li do turbulentního proudění desku, tak na jejích obou stranách se vytvoří laminární mezní vrstva přesně podle *Obrázku 792*. Další příkladem je změna průměrů potrubí, nebo vložení kanálu do turbulentního proudu, jak je naznačeno na *Obrázku 228*. V případě nasávání turbulentního proudu se na nátokovém okraji vloženého kanálu vytvoří laminární vrstva (v jádru je stále turbulentní), která, jestliže je v tomto kanálu Reynoldsovo číslo dostatečně nízké, se může spojit a může vytvořit laminární profil v celém průřezu jako na *Obrázku 324, s. 12*. Stejný efekt vzniku laminární vrstvy lze sledovat i při proudění v lopatkových kanálech<sup>17</sup>, i když na vstupu je turbulentní proud.

228



1 plně vyvinutý turbulentní profil; 2 oblasti vzniku laminárních mezních vrstev.

### Praktický výpočet tlakové ztráty v potrubí nejen kruhového průřezu

*Místo  $N-S$  rovnice poloempirické vzorce*

Pro určení tlakové ztráty při turbulentním proudění už nelze vycházet z Navier-Stokesovy rovnice, ale vychází se buď

z numerických modelů nebo praktických poloempirických vzorců založených na podobnosti proudění.

### • Darcy-Weisbachova rovnice

*Tlaková ztráta jakékoliv druhu proudění jako funkce dynamického tlaku*

Z výše uvedených vztahů pro viskozitu lze snadno odvodit vztah pro výpočet tlakové ztráty pro případ laminárního ustáleného proudění jako funkci dynamického tlaku. Tato rovnice se nazývá Darcy-Weisbachova rovnice, kterou sestavil francouzský inženýr **Henrym Darcym** (1803-1858) pro potrubí, viz *Rovnice 657*. Později, na základě dlouhodobých experimentů a dedukce, potrdil platnost tohoto vztahu německý inženýr **Julius Weisbach** (1806-1871) i pro proudění přechodové a turbulentní a dokonce i pro ztrátu v potrubních tvarovkách a ventilech.

$$657 \quad \Delta p_z = \zeta \cdot \rho \frac{c^2}{2}$$

$c$  [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ] střední rychlost proudění;  $\zeta$  [1] ztrátový součinitel prvku vztažený ke kinetické energii střední rychlosti (definovaný Weisbachem [3, s. 82]).

*Ztrátový součinitel a jeho predikce Součinitel tření*

Z Darcy-Weisbachovy rovnice tedy plyne, že tlaková ztráta je určitým podílem z dynamického tlaku, tento podíl se nazývá ztrátový součinitel. Pro kanály stálého průřezu, respektive potrubí, lze ztrátový součinitel docela dobře vypočítat. K výpočtu se používají poloempirické vztahy získané na základě dlouhodobého měření a pozorování proudění v potrubích. Rovnic pro výpočet ztrátového součinitele v potrubí je několik a zvlášť jsou vztahy pro laminární proudění a zvlášť pro turbulentní, také záleží na drsnosti a tvaru potrubí vždy jsou ale funkcí tzv. součinitele tření dané prvku. Pro potrubí kruhového průřezu lze použít tyto *Rovnice 855*.

*855 Rovnice pro výpočet ztrátového součinitele potrubí*

$$\zeta = \lambda \frac{l}{d} \quad (\text{a}) \quad \lambda = \frac{64}{\text{Re}} \quad (\text{b}) \quad \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left( \frac{2,51}{\text{Re} \sqrt{\lambda}} + \frac{\varepsilon}{3,72} \right); \quad \varepsilon = \frac{k}{d}$$

(a) vztah používaný pro případ laminárního proudění; (b) Colebrookova rovnice používána pro případ proudění přechodového a turbulentního (polempirický vztah sestavený britským fyzikem **Cyrilem Colebrookem** (1910-1997) [15, s. 150] na základě zpracování velkého počtu měření).  $\lambda$  [1] součinitel tření v potrubí (tento součinitel lze považovat za konstantní pouze na úsecích s plně vyvinutou mezní vrstvou);  $k$  [m] absolutní drsnost vnitřních stěn potrubí (hodnoty například viz. [14], *Tabulka 1194*);  $\varepsilon$  [1] relativní drsnost potrubí viz také *Nomogram 1195*. Odvození rovnice (a), tedy rovnice ztrátového součinitele pro laminární proudění potrubím, je uvedeno v *Příloze 855, s. 50*.

*Moodyho diagram*

Kombinací Hagen-Poiseuilleho rovnice a rovnice Colebrookovy lze vytvořit tzv. Moodyho diagram pro určení součinitele tření v potrubí, ve kterém je patrné několik oblastí, viz *Obrázek 658, s. 18*. Tento diagram přináší projektantům potrubí rychlý přehled o charakteru proudění v navrhovaném potrubí a navíc i rychlý odečet součinitele tření v potrubí.

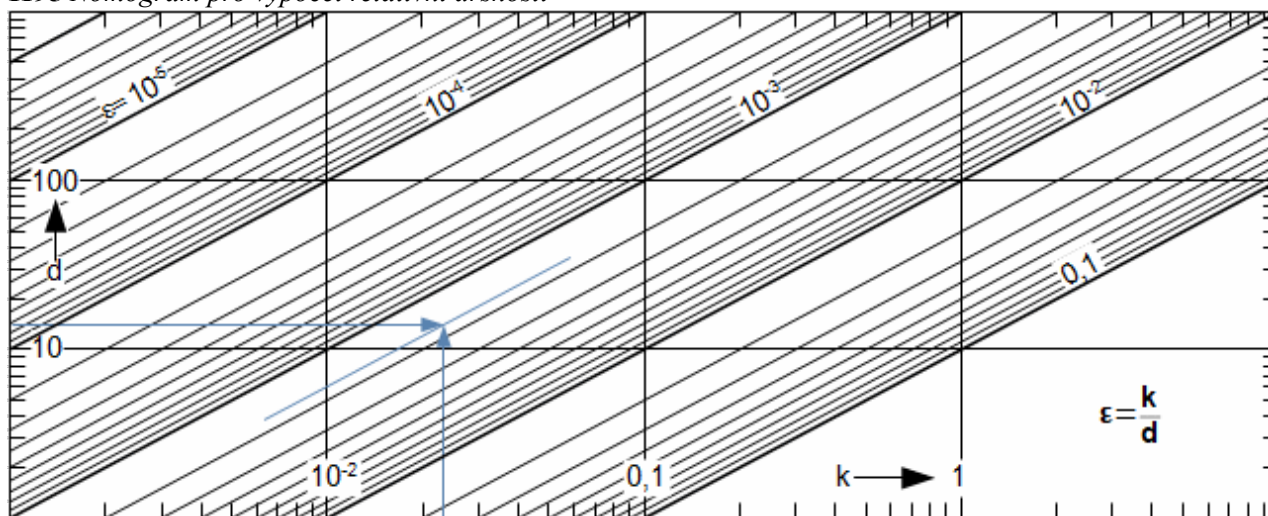
Diagram se jmenuje po americkém inženýrovi **Lewisu Moodym** (1880-1954).

**1194** Orientační hodnoty absolutních drsností trubek

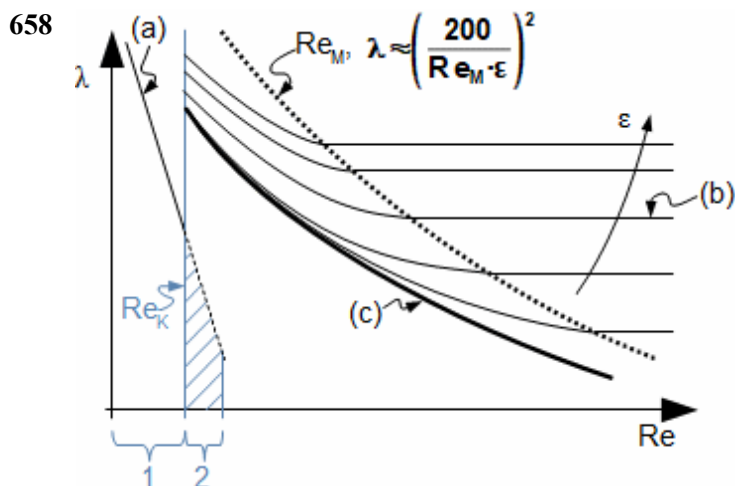
	k		k
Tažené (nové) z: měď, mosaz, sklo	0,001...0,002	Litinové	0,2..0,6
Plast nebo pryž	0,0015...0,007	Ocelové pozinkované	0,07...0,1
Ocelové bezešvé válcované	0,04...0,1	Ocelové trubky korodované vyčištěné	0,15...0,2
Ocelové svařované podélným švem	0,04...0,1		

[mm]. Výběr z [14].

**1195** Nomogram pro výpočet relativní drsnosti



d [mm], k [mm],  $\varepsilon$  [1].



**(a)** součinitel tření při laminárním proudění; **(b)** součinitel tření pro konkrétní hodnotu relativní drsnosti; **(c)** součinitel tření pro dokonale hladké potrubí ( $\varepsilon \rightarrow 0$ ). **1** oblast Reynoldsových čísel pro laminární proudění; **2** oblast Reynoldsových čísel pro přechodové proudění.  $Re_M$  křivka mezních Reynoldsových čísel. Graf v měřítku je uveden např. v [2, s. 684], [4, s. 230] nebo on-line v [5].

Mezní Reynoldsovo číslo

Jednou z křivek Moodyho digramu, která ukazuje významné hodnoty mimo křivky pro laminární proudění *Obrázek 658(a)* a křivky turbulentního proudění v hladké trubkce (*Obrázek 658(c)*) je křivka tzv. mezního Reynoldsova  $Re_M$ . Jedná se o takovou

hodnotu Reynoldsova čísla od které zůstává při zvyšování Reynoldsova čísla hodnota součinitele tření přibližně konstantní při dané relativní drsnosti potrubí. To je způsobeno potlačáním turbulencí u stěny potrubí, kde vzniká laminární vrstva [2, s. 108]. Pokud je tloušťka této laminární vrstvy větší než drsnost chová se potrubí jako hydraulicky hladké a součinitel tření lze odečíst z křivky  $c$  pro dokonale hladké potrubí. Pokud je tloušťka této laminární vrstvy menší než drsnost nejprve s rostoucím  $Re$  se součinitel tření snižuje až po mezní Reynoldsovo číslo, kde už je turbulence způsobená drsností povrchu tak velká, že už na  $Re$  nezávisí.

*Proč je doprava stlačeného plynu z pohledu tl. ztráty výhodnější*

Není třeba hluboký rozbor Darcy-Weisbachovy rovnice, aby bylo zřejmé, že pro co nejnižší tlakovou ztrátu je výhodné stejné množství plynu dopravovat při vyšších tlacích, respektive hustotách než při nízkých tlacích, ale vysokých rychlostech. Proto tlaky zemního plynu v tranzitních plynovodech jsou kolem 7 MPa a jeho tlak se redukuje až těsně před spotřebiči (viz *Tabulka 1142*), které jsou z bezpečnostních důvodů konstruované na mnohem nižší tlaky.

**1142** *Přetlaky v plynovodech zemního plynu*

	p		p
Tranzitní plynovod	7,5	Středotlaký plynovod	0,1...0,3
Vysokotlaký plynovod	4	Nízkotlaký (domácnosti)	0,002

**p** [MPa] přetlak v plynovodu.

*Darcy-Weisbachovy rovnici lze použít i pro potrubí nekruhových průřezů*

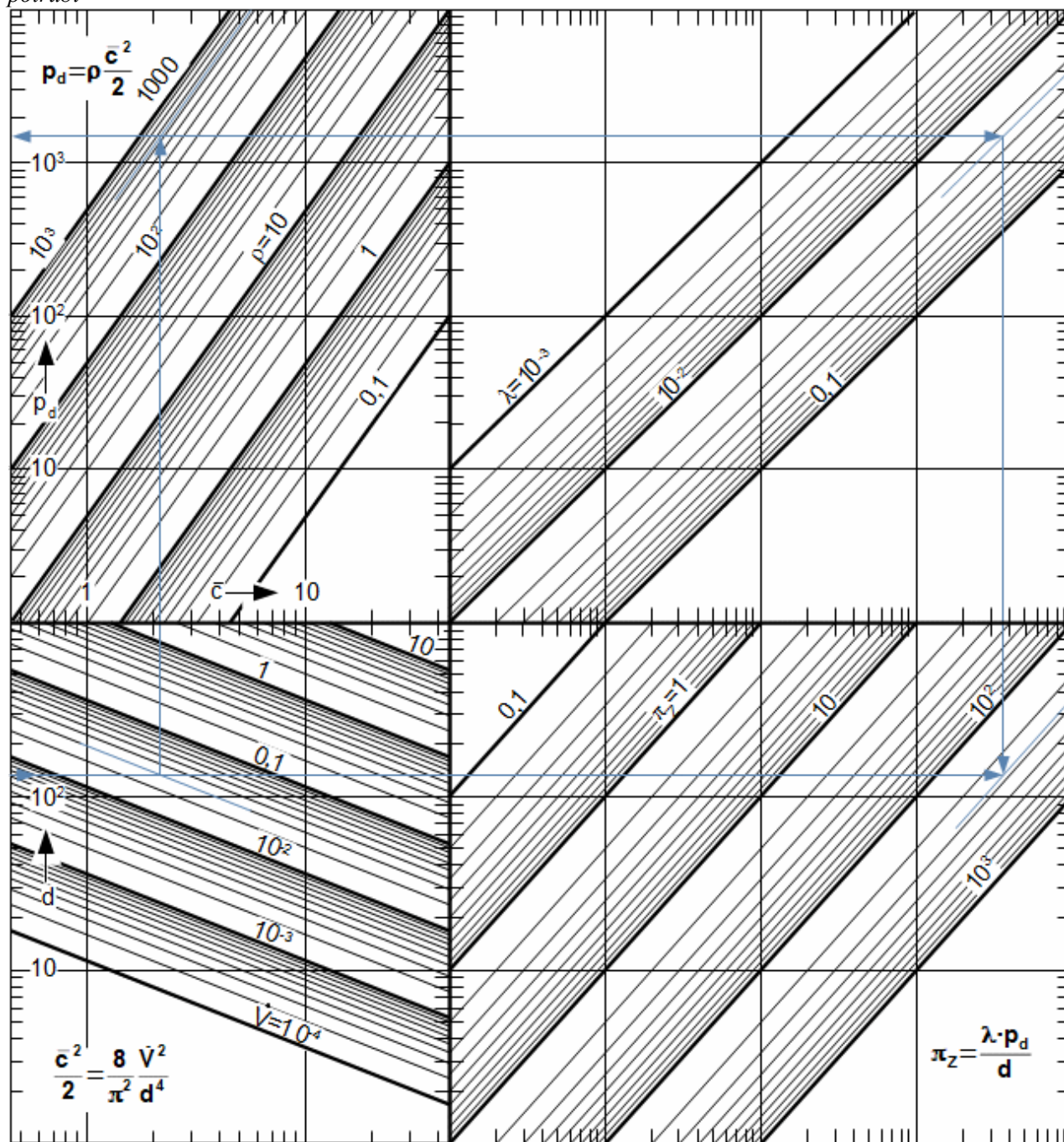
Při výpočtu tlakové ztráty v potrubí nekruhového průřezu se postupuje stejným způsobem jako při výpočtu tlakové ztráty v kanále kruhového průřezu. Pouze při výpočtech Reynoldsových čísel je nutné dosadit místo vnitřního průměru potrubí charakteristický rozměr vypočítaný podle *Vzorce 660, s. 13* – kritická Reynoldsova čísla mají ale jinou hodnotu než pro kruhové potrubí.

### • Měrná tlaková ztráta v potrubí

*Tlaková ztráta připadající na 1 m délky potrubí*

Pro základní návrhy potrubní trasy využívají projektanti veličinu měrná tlaková ztráta v potrubí označována  $\pi_z$ . Měrná tlaková ztráta odpovídá tlakové ztrátě v potrubí o délce 1 m, při plně vyvinuté mezní vrstvě pro předpokládaný součinitel tření, viz také *Nomogram 1199, s. 20*.

1199 Nomogram pro výpočet měrné tlakové ztráty, dynamického tlaku a měrné kinetické energie tekutiny v potrubí



$p_d$  [Pa] střední dynamický tlak proudu,  $d$  [mm],  $V$  [ $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ],  $c$  [ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ] střední rychlost v potrubí,  $\rho$  [ $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ],  $\lambda$  [1],  $\pi_z$  [ $\text{Pa} \cdot \text{m}^{-1}$ ].

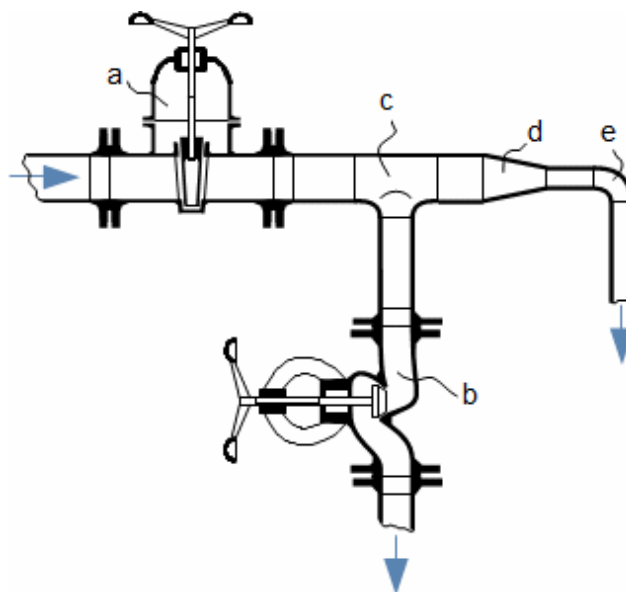
### • Tlaková ztráta v místních odporech

*Místa s intenzivnější tlakovou ztrátou než v hladkém přímém potrubí*

Potrubní trasa (potrubní síť) nebývá přímočará a může být tvořena dalšími potrubními prvky (odbočky různých tvarů, oblouky, zúžení), armaturami, filtry, měřidly a dalšími průtočnými částmi. V těchto částech potrubních tras vzniká tlaková ztráta podobně jako v přímém potrubí, viz *Obrázek 93*. Tyto tlakové ztráty bývají mnohem intenzivnější než na rovném úseku potrubí vzhledem k tomu, že při průtoku těmito částmi

dochází i ke změně tvaru průtočného kanálu, směru proudění a často i ke škrcení<sup>37</sup>. Z pohledu tlakové ztráty se tyto prvky nazývají místní odpory.

93 Příklad potrubní trasy s vyznačením místních odporů



a šoupátko; b uzavírací ventil (obecně má vyšší tlakovou ztrátu než šoupátko); c odbočka (T-kus); d plynulé zúžení; e oblouk (koleno).

Výpočet tlakové ztráty místního odporu pomocí Darcy-Weisbachovy rovnice

Tlakovou ztrátu místního odporu lze vypočítat stejně jako tlakovou ztrátu rovného úseku potrubí, tedy podle *Darcy-Weisbachovy rovnice*, s. 17. Při výpočtu tlakové ztráty vznikající v daném prvku se vychází ze střední rychlosti proudu před prvkem (armaturou) a ze ztrátového součinitele příslušného prvku.

Určení ztrátového součinitele místního odporu

U jednoduchých potrubních prvků lze jejich ztrátový součinitel  $\zeta$  i vypočítat [3, s. 85], častěji se ale vychází z měření daného prvku při obvyklém provozním proudění, protože ztrátový součinitel se mění s Reynoldsovým číslem. Nicméně u některých prvků není vliv Reynoldsova čísla významný a lze použít tabelizované hodnoty, především pro armatury a potrubní tvarovky např. v [2, s. 672], [7, s. 252], [8, s. 737]. Příslušný ztrátový součinitel poskytuje výrobce daného potrubního prvku. Za speciální případ místního odporu, lze považovat i vstupy a výstupy z trubky. Na okrajích je totiž proudění většinou neustálené a ovlivněné tvarem začátku či konce potrubí. Ztrátové součinitele pro různé typy okrajů potrubí jsou uvedeny v [10, s. 268]. V případě armatury obvykle výrobce dodává grafy závislosti její tlakové ztráty na průtoku (podle druhu protékajícího média). Pokud je znám jmenovitý průtokový součinitel armatury<sup>37</sup>  $K_{VS}$  lze ztrátu v závislosti na průtoku vypočítat z uvedené definice. Popřípadě je možné odvodit ze zmíněné definice přímo *Vzorec 661*, s. 22 pro ztrátový součinitel. Orientační hodnoty ztrátových součinitelů některých armatur jsou

uvedeny v [4, s. 231, 232]. Existují ale i jiné typy součinitelů zpravidla odvozené od tlakové ztráty armatury. Záleží na výrobci jakou metodiku porovnávání armatur používá. Příslušné vztahy potom uvádí ve svém katalogu armatur, popřípadě uvede přímo diagram závislosti tlakové ztráty na průtoku armaturou.

661 Výpočet ztrátového součinitele armatury

$$\xi = 0,001599 \frac{d^4}{K_{VS}^2}$$

$d$  [mm] vnitřní průměr vstupu a výstupu armatury;  $K_{VS}$  [ $m^3 \cdot h^{-1}$ ] jmenovitý průtokový součinitel armatury. Vztah je odvozen pro průtok vody v [4, s. 236]. Jmenovitý průtokový součinitel se měří na úseku  $2 \cdot d$  před armaturou a  $8 \cdot d$  za armaturou, proto takto vypočítaný ztrátový součinitel zahrnuje i tuto délku potrubí. Takže skutečný ztrátový součinitel armatury je nižší o ztrátový součinitel odpovídající  $10 \cdot d$  hladkého potrubí.

Stručný postup při výběru vhodné armatury z pohledu tlakové ztráty

Při výběru nejvhodnější uzavírací armatury se nejdříve stanoví povolená tlaková ztráta  $\Delta p_z$  při objemovém průtoku  $V$  a hustotě proudícího média  $\rho_l$ . Vypočítá se jmenovitý průtokový součinitel  $K_{VS}$ . Dále se z katalogu armatur příslušného výrobce vybere armatura s nejbližším vyšším  $K_{VS}$ .

Ekvivalentní délka potrubí

Pro rychlý přibližný výpočet tlakové ztráty lze také použít veličinu zvanou ekvivalentní délka potrubí. Tato veličiny udává délku hladkého potrubí (vyjádřená jako počet průměrů hladkého potrubí) o stejném průměru jako je příruba vyšetřovaného místního odporu se stejnou tlakovou ztrátou jako místní odpor. Ekvivalentní délky potrubí některých armatur a potrubních tvarovek jsou uvedeny v [24], [13], výběr pak v *Tabulce 1200*. Výhodou je, že potom stačí jednotlivé délky sečíst a pro výpočet celkové ztráty potrubního systému použít vztah pro výpočet tlakové ztráty v hladkém potrubí.

1200 Ekvivalentní délka potrubí  $l \cdot d^{-1}$  některých armatur a potrubních tvarovek

Ventily přímé obyčejné	$1 \cdot d^{-1}$ 340		$1 \cdot d^{-1}$
s vedením vřetena i v průtočné části	450	s šikmým vedením vřetena $60^\circ$ od osy potrubí s šikmým vedením vřetena $45^\circ$ od osy potrubí	175 145
Nárožní ventily obyčejné	$1 \cdot d^{-1}$ 145		$1 \cdot d^{-1}$ 200
Šoupátka obyčejné (dvě sedla) pro velmi vazké kapaliny (jedno sedlo)	$1 \cdot d^{-1}$ 13 17	pro plynovody	$1 \cdot d^{-1}$ 3
Zpětné ventily se zpětnou klapkou s plně otvíratelnou klapkou přímé nárožní	$1 \cdot d^{-1}$ 35 50 340 145	s kuličkou se sacím košem deskový se sacím košem s klapkou uzavírací klapky	$1 \cdot d^{-1}$ 150 420 75 20
Kohouty obyčejné	$1 \cdot d^{-1}$ 18	třicestné	$1 \cdot d^{-1}$ 140

Potrubní tvarovky	$l \cdot d^{-1}$	$l \cdot d^{-1}$
90° koleno	30	rohové koleno (bez radiusu) 57
45° koleno	16	180° koleno (malé) 50
90° koleno (velký radius)	20	tvarovka T 20
90° koleno s hrdlem (k pájení nebo šroubení)	50	tvarovka T (většina průtoku odbočuje do větve) 60
45° koleno s hrdlem (k pájení nebo šroubení)	26	
Průtokoměry	$l \cdot d^{-1}$	$l \cdot d^{-1}$
turbínový	150	clonkový 200
pístový (objemový)	400	

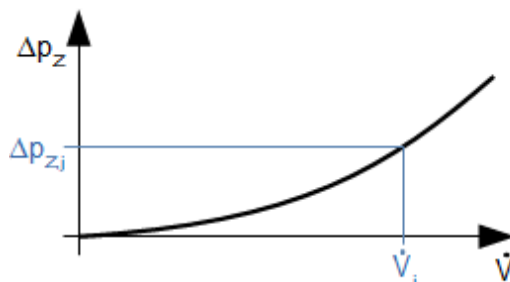
$l \cdot d^{-1}$  [1] ekvivalentní délka potrubí. Výběr z [13], [24].

### ● Charakteristika potrubního systému

*Závislost tlakové ztráty na průtoku*

Závislost tlakové ztráty v potrubní trase a ve všech místních odporech, které jsou v této trase vloženy na objemovém průtoku se nazývá charakteristika potrubního systému. Z rovnice pro výpočet tlakové ztráty je zřejmé, že při  $\rho = konst.$  bude tlaková ztráta kvadratickou funkcí s parametrem  $K$  zvaným konstanta potrubního systému (jiný název měrný hydraulický odpor potrubní trasy), viz *Rovnice 662*.

662



$$\Delta p_z = \sum_{i=1}^n \Delta p_{kanal,i} + \sum_{j=1}^k \Delta p_{m.od,j} = \sum_{i=1}^n \lambda_i \frac{l_i}{d_i} \rho \frac{c_i^2}{2} + \sum_{j=1}^k \xi_j \cdot \rho \frac{c_j^2}{2} = K \cdot V^2$$

$n$  počet jednotlivých úseků kanálu (každý úsek má po celé délce konstantní průřez);  $k$  počet místních odporů;  $\Delta p_{kanal}$  tlaková ztráta při proudění kanálem;  $\Delta p_{m.od}$  tlaková ztráta místních odporů;  $K$  [ $kg \cdot m^{-7}$ ] konstanta potrubního systému;  $V$  [ $m^3 \cdot s^{-1}$ ] objemový průtok.  $\Delta p_{z,j}$  tlaková ztráta při jmenovitém průtoku systémem  $V_j$ . Uvedená rovnice platí i pro potrubí nekruhového průřezu.

*Konstanta potrubního systému*

Parametr  $K$  se většinou uvažuje jako konstanta pro dané otevření jednotlivých armatur, ale protože součinitel tření  $\lambda$  je funkcí Reynoldsova čísla, musí se s průtokem měnit i  $K$ . Tato změna není ovšem příliš velká pokud nás zajímá tlaková ztráta v oblasti jmenovitého průtoku. Pro výpočty ve větším rozsahu průtoků lze použít korekci, a to tak, že objemový průtok není umocněn 2, ale jiným exponentem, více v [11, s. 25].

*Určení konstanty potrubního systému*

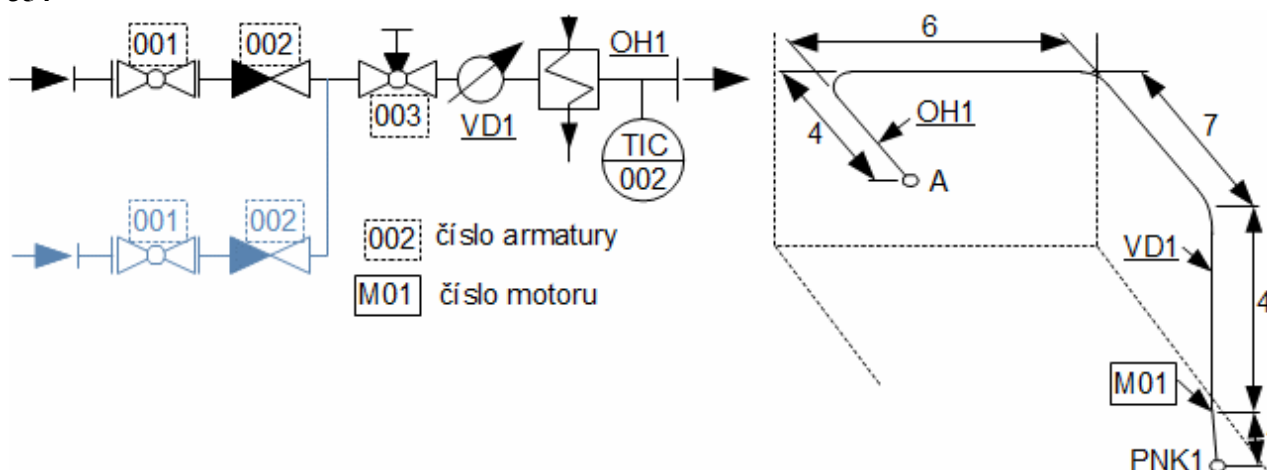
Konstantu potrubního systému lze vypočítat podle *Rovnice 662* z jednotlivých tlakových ztrát potrubního systému a nebo ji



lze vypočítat z naměřené tlakové ztráty při konkrétním objemovém průtoku, viz Úloha 1081<sup>42</sup>.

- 663 Úloha** Určete charakteristiku potrubního systému na výtlaku kondenzátního čerpadla (Obrázek 354) (kondenzát je čerpán z pomocné nádrže kondenzátu PNK1 do napájecí nádrže přes ohřívák kondenzátu OH1). Na trasu je napojen paralelní potrubní systém se záložním čerpadlem (modrá barva). Teplota vody na výstupu z čerpadla je 60 °C, a za ohřívákem OH1 105 °C. Průtok čerpadlem je 2,4 m<sup>3</sup>·h<sup>-1</sup>. Průtokový součinitel kulového kohoutu 001 je 48,5 m<sup>3</sup>·h<sup>-1</sup>. Zpětný ventil má tlakovou ztrátu 5 kPa. Minimální tlaková ztráta vyvažovací armatury je 750 Pa. Tlaková ztráta vodoměru je 18 kPa. Tlaková ztráta ohříváku OH1 je 12 kPa. Potrubí je běžné vodovodní jednopalcové. Řešení úlohy je uvedeno v Příloze 663, s. 37.

354



PNK1 pomocná nádrž kondenzátu č. 1; OH1 ohřívák č. 1; VD1 vodoměr č. 1. Značení odpovídá [9, s. 178]. Délky jednotlivých úseků potrubního systému jsou uvedeny v metrech.

## Vznik tlakové ztráty při adiabatickém proudění plynů

*Obecné rovnice adiabatického proudění plynu za přítomnosti tření*

Při adiabatickém proudění celková entalpie plynu zůstává konstantní a rovna celkové entalpii na vstupu do kanálu, ale bude se zvyšovat entropie v důsledku vnitřního tření. Z rovnice kontinuity, energetické bilance a zachování hybnosti lze pro předpoklad konstantní měrné tepelné kapacity<sup>43</sup> plynu odvodit pro takové proudění obecné *Rovnice 1060*, které popisují proudění plynů za přítomnosti tření ve všech typech kanálů. Nicméně v technické praxi uvedené rovnice používáme jen při výpočtech proudění se velkými změnami hustoty v úzkých kanálech ucpávek.

*Součinitel tření při stlačitelném proudění*

Součinitel tření  $\lambda$  je v *Rovnicích 1060* zde předpokládán jako konstanta po celé délce kanálu, ale ve skutečnosti je více či méně závislý na  $Re$  a Machovu číslu<sup>39</sup> ve vyšetřovaném místě kanálu. Záleží tedy jak moc se mění průtočný průřez kanálu a Machovo číslo. Experimentální ověření změn součinitele tření při

stlačitelné proudění a platnosti *Rovnic 1060* je provedeno v [17, s. 217].

$$1060 \quad (M^2 - 1) \frac{dM}{M} = \left(1 - \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} M^2\right) \frac{dA}{A} - \frac{\kappa}{\kappa + 1} M^2 \lambda \cdot d \left(\frac{x}{d}\right); \quad M = \frac{c}{c_i^*}$$

$$\frac{dp}{p} = -\frac{2\kappa}{\kappa + 1} \frac{M^2}{M^2 - 1} \left[ \frac{dA}{A} - \frac{\frac{\kappa}{\kappa + 1} M^2}{1 - \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} M^2} \lambda \cdot d \left(\frac{x}{d}\right) \right]; \quad \Delta s = -r \cdot \ln \frac{p_c}{p_{ic}}$$

$c_i^*$  [ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ] kritická rychlost<sup>40</sup> pro případ izentropického proudění;  $\kappa$  [-] Poissonova konstanta;  $A$  [ $\text{m}^2$ ] průtočný průřez kanálu;  $c$  [ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ] rychlost plynu ve vyšetřovaném místě kanálu (tato rychlost odpovídá rychlosti při izentropické expanzi z celkového tlaku  $p_c$  do tlaku statického  $p$  a vypočítá se z Saint Vénantova-Wantzelova rovnice<sup>40</sup>). Jestliže otvor není kruhový použije se místo  $d$  charakteristický rozměr  $L$  jako při nestlačitelném proudění. Odvození v [19, s. 209].

### • Stlačitelné proudění v kanálech konstatního průřezu

*Odvození rovnic pro kanály s konst. průřezem*

V případě stlačitelného proudění v kanále konstatního průřezu lze obecné *Rovnice 1060* upravit pro podmínku  $dA=0$ , viz *Rovnice 1061*.

$$1061 \quad (a) \left(\frac{1}{M^2} - 1\right) \frac{dM}{M} = \frac{\kappa}{\kappa + 1} \frac{\lambda}{d} dx$$

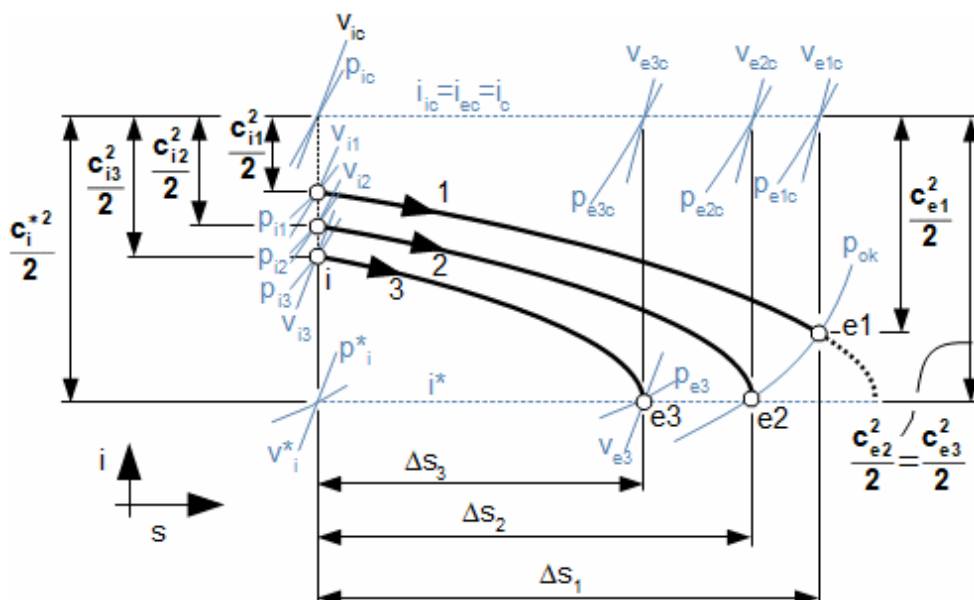
$$(b) \frac{dp}{p} = \frac{2\kappa}{\kappa + 1} \frac{M^2}{M^2 - 1} \frac{\frac{\kappa}{\kappa + 1} M^2}{1 - \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} M^2} \lambda dx; \quad \ln \frac{p}{p_i} = \frac{2\kappa}{\kappa + 1} \int_0^x \frac{M^2}{M^2 - 1} \frac{\frac{\kappa}{\kappa + 1} M^2}{1 - \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} M^2} \lambda dx$$

$$(c) \dot{m} = A \frac{c_i}{v_i} = A \frac{c_e}{v_e} = A \frac{c}{v} \Rightarrow \frac{c_i}{v_i} = \frac{c_e}{v_e} = \frac{c}{v} = G$$

(a) rychlostní rovnice; (b) rovnice pro tlakovou ztrátu; (c) rovnice kontinuity. *Rovnice (a) a (b)* jsou odvozeny z *Rovnice 1060* pro  $dA=0$ , ostatní předpoklady odvození jsou totožné. *Rovnice (c)* vychází z rovnice kontinuity, kde  $G = \text{konst.}$  Je nutné zdůraznit, že velikost kanálu musí být v řádech mnohem větších, než jsou velikosti molekul plynu, jinak nelze vycházet z termodynamiky plynů, které jsou odvozeny pro velké objemy a nikoliv pro jednotlivé molekuly.

*Fannovy křivky*

V důsledku tření se bude při adiabatickém proudění plyn zahřívat, což bude způsobovat zvětšování jeho měrného objemu a v kanále konstatního průřezu současně i nárůst střední rychlosti, takže postupně bude klesat tlak a měrná statická entalpie. Zakreslení stavů plynu v jednotlivých bodech osy kanálu v  $i$ - $s$  diagramu označujeme jako Fannovu křivku (Fanno line). Na *Obrázku 1059* je takový záznam zobrazen pro kanál délky  $l$  a tři případy velikosti součinitele tření  $\lambda$  (stejný vliv jako změny součinitele tření má na změnu tlaku i prodlužování kanálu).



$i$  [ $\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$ ] měrná entalpie;  $s$  [ $\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ] měrná entropie;  $i_c$  [ $\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$ ] měrná celková entalpie plynu;  $i^*$  [ $\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$ ] měrná kritická entalpie<sup>40</sup>;  $p_{\text{ok}}$  [Pa] tlak okolí na výstupu z kanálu. Index  $i$  označuje počáteční stav plynu, index  $e$  konečný stav plynu (na konci úseku/sledovaného děje). Dolní index  $c$  označuje celkový stav plynu. Při maximálním součiniteli tření  $\lambda_1$  nedosáhne proudění na výstupu z kanálu kritické rychlosti,  $\lambda_2$  je takový, aby proudění na výstupu dosáhlo právě kritické rychlosti. Součinitel  $\lambda_3$  je menší jak  $\lambda_2$ , a přesto proudění dosáhne na výstupu také jen kritické rychlosti.

*Aplikace teorie tlakové ztráty stlačitelného proudění při návrhu ucpávek*

V technické praxi je uvedená teorie uplatnitelná zejména při vyšetřování proudění v bezdotykových ucpávkách. Na vysoké tlakové ztrátě spojené s prouděním plynu ve velmi malé mezeře je také založen princip suchoběžných plynových ucpávek popsaný v subkapitole 24. Bezdotykové ucpávky. Nicméně i labyrintové ucpávky<sup>37</sup> lze připodobnit k hladké ucpávce s konstantním průtočným průřezem a s konkrétním součinitelem tření. Zde by měla být zdůrazněna skutečnost, že dosáhne-li rychlost na konci ucpávky kritické rychlosti neznámá to, že průtok ucpávkou už dále nelze snižovat. Je tomu právě naopak, je třeba prodloužit ucpávku nebo v případě labyrintové ucpávky přidat další komůrky labyrintu pro ještě větší snížení průtoku tím, že se zvýší součinitel tření  $\lambda$  ( $m_1 < m_2 < m_3$  atd). Maximálního průtoku by totiž bylo dosaženo při izoentropickém proudění ( $m^*$ ), při kterém samozřejmě také dojde ke kritickému proudění.

## Odkazy

- [1] HORÁK, Zdeněk. KRUPKA, František, ŠINDELÁŘ, Václav. *Technická fyzika*, 1961. 3. vydání. Praha: SNTL. [2] CIHELKA, Jaromír, BRANDA, Jaroslav, CIKHART, Jiří, ČERMÁK, Jan, CHYSKÝ, Jaroslav, PITTEK, Jaroslav, VALÁŠEK, Jiří. *Vytápění a větrání*, 1975. 2. vydání, upravené. Praha: SNTL. [3] MAŠTOVSKÝ, Otakar. *Hydromechanika*, 1964. 2. vydání. Praha: Státní nakladatelství technické literatury. [4] ROČEK, Jaroslav. *Průmyslové armatury*, 2002. 1. vydání. Praha: INFORMATORIUM, ISBN 80-7333-000-8. [5] Autor neuveden, *Moody chart*, Wikipedia, the free encyclopedia, 2010. [on-line].

Dostupný z [http://en.wikipedia.org/wiki/Moody\\_diagram](http://en.wikipedia.org/wiki/Moody_diagram). [6] КАПИЦА, Пётр. *Experiment, teorie, praxe*, 1982. 1. vydání. Praha: Mladá fronta. Překlad z ruského originálu Эксперимент. Теория. Практика, 1977. [7] MILLER, Rudolf, HOCHRAINER, A., LÖHNER, K., PETERMANN, H. *Energietechnik und Kraftmaschinen*, 1972. Hamburg: Rowohlt taschenbuch verlag GmbH, ISBN 3-499-19042-7. [8] ŘASA, Jaroslav, ŠVERCL, Josef. *Strojnické tabulky*, 2004. 1 díl, jednotky, matematika, mechanika, technické kreslení, strojní součásti. 1. vydání. Praha: Scientia, spol. s.r.o. ISBN 80-7183-312-6. [9] KRBEK, Jaroslav, POLESNÝ, Bohumil, FIEDLER, Jan. *Strojní zařízení tepelných centrál-Návrh a výpočet*, 1999. 1. vydání. Brno: PC-DIR Real, s.r.o., ISBN 80-214-1334-4. [10] IBLER, Zbyněk, KARTÁK, Jan, MERTLOVÁ, Jiřina, IBLER, Zbyněk ml. *Technický průvodce energetika-1. díl*, 2002. 1. vydání. Praha: BEN-technická literatura, ISBN 80-7300-026-1. [11] BAŠTA, Jiří. *Hydraulika otopných soustav*, 2003. Vydání první. Praha: Vydavatelství ČVUT. ISBN 80-01-02808-9. [12] VOHLÍDAL, Jiří. JULÁK, Alois. ŠTULÍK, Karel. *Chemické a analytické tabulky*, 1999. První vydání, dotisk 2010. Praha: Grada, ISBN 978-80-7169-855-5. [13] FRAAS, Arthur. *Heat exchanger design*, 1989. Second edition. John Wiley&Sons, Inc. ISBN 0-471-62868-9. [14] MIKULA, Julius, KOČKA, Jaroslav. ŠKRAMLÍK, Emanuel. ŠTAUBER, Zdeněk. VESELÝ Adolf. OBR, Jan. *Potrubí a armatury*, 1974. 2., přeprac. vyd. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1974, 585 s. [15] MÍKA, Vladimír. *Základy chemického inženýrství*, 1977. Vydání první. Praha: Státní nakladatelství technické literatury. [16] JAPIKSE, David, BAINES, Nicholas, *Introduction to turbomachinery*, Oxford University Press, Original edition 1994, Reprint with problems 1997, ISBN 0-933283-10-5. [17] JÍCHA, Miroslav. *Přenos tepla a látky*, 2001. Brno: Vysoké učení technické v Brně, ISBN 80-214-2029-4. [18] ŠAFR, Emil. *Technika mazání*, 1970. 2. vydání. Praha: SNTL. 384 stran. [19] DEJČ, Michail. *Technická dynamika plynů*, 1967. Vydání první. Praha: SNTL. [20] KADRNOŽKA, Jaroslav. *Lopatkové stroje*, 2003. 1. vydání, upravené. Brno: Akademické nakladatelství CERM, s.r.o., ISBN 80-7204-297-1. [21] RAŽNJEVIĆ, Kuzman. *Termodynamické tabulky*, 1984. 1. vyd. Bratislava: Alfa, 2 sv. Edícia energetickej literatúry (Alfa). [22] POLESNÝ, Bohumil a kol. *Termodynamická data pro výpočet tepelných a jaderných energetických zařízení*, 1990. Brno: Vysoké učení technické v Československé redakci VN MON, ISBN 80-214-0160-5. [23] ANDRONIKAŠVILI, Elefter Luarsabovič. *Vzpomínky na kapalné hélium*. Praha: Mladá fronta, 1983. Kolumbus. [24] IZARD, Julien. *Průručka technické fyziky*, 1961. Praha: Státní nakladatelství technické literatury. [25] ĎAĎO, Stanislav, Ludvík BEJČEK a Antonín PLATIL. *Měření průtoku a výšky hladiny*. Praha: BEN - technická literatura, 2005. Senzory neelektrických veličin. ISBN 9788073001568. [26] BRDIČKA, Miroslav, Ladislav SAMEK a Bruno. SOPKO. *Mechanika kontinua*. Vyd. 2., opravené. Praha: Academia, 2000. ISBN 9788020007728. [27] MACUR, Milan. *Úvod do analytické mechaniky a mechaniky kontinua*, 2010. Brno: Vutium, ISBN 978-80-214-3944-3. [28] BAUER, František, Oldřich BRŮHA a Zbyněk JAŇOUR, PEŠEK, Rudolf, ed. *Základy proudění*. 2., zcela přeprac. vyd. Praha: Vědecko-technické nakladatelství, 1950. Technický průvodce (Česká matice technická). [29] Software: *ChemicalLogic SteamTab Companion*, 2003. Version 2.0 Based on the IAPWS-95 Formulation. ChemicalLogic Corporation, 99 South Bedford Steet, Suit 207, Burlington, MA 01803, USA. [30] MAREŠ, Radim, ŠIFNER, Oldřich, KADRNOŽKA, Jaroslav. *Tabulky vlastností vody a páry, podle průmyslové formulace IAPWS-IF97*, 1999. Vydání první. Brno: VUTIUM. ISBN 80-2141316-6. [31] SAZIMA, Miroslav, KMONÍČEK, Vladimír, SCHNELLER, Jiří. *Teplo*. Vydání první. SNTL. [32] LATIF, Jiji. *Heat Convection*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2006. ISBN-10 3-540-30692-7. [33] BIRD, R. Byron, Warren E. STEWART a Edwin N. LIGHTFOOT. *Přenosové jevy: sdílení hybnosti, energie a hmoty*. Přeložil Štefan ŠALAMON, přeložil Vladimír MÍKA. Praha: Academia, 1968. [34] BAIS, Sander. *Rovnice: symboly poznání*. Praha: Dokořán, 2009. ISBN 978-80-7363-228-1. [35] HEMZAL, Karel. *Aerodynamika větrání*. Vyd. 2. Praha: Nakladatelství ČVUT, 2001. ISBN 978-80-01-03908-3. [36] HORÁK, Zdeněk. KRUPKA, František. *Fyzika. Průručka pro vysoké školy technického směru*. 1976. 2. přepracované vydání. Praha: SNTL. 424 stran, dva svazky. [37] GARAJ, Jozef. *Základy vektorového počtu*, 1957. Vydanie prvé, Bratislava: Slovenské vydavateľstvo technickej literatúry, n.p. [38] REKTORYS, Karel, CIPRA, Tomáš, DRÁBEK, Karel, FIEDLER, Miroslav, FUKA, Jaroslav, KEJLA, František, KEPR, Bořivoj, NEČAS, Jindřich, NOŽIČKA, František, PRÁGER, Milan, SEGETH, Karel, SEGETHOVÁ, Jitka, VILHELM, Václav, VITÁSEK, Emil, ZELENKA, Miroslav. *Přehled užití matematiky I, II*. 7. vydání. Praha: Prometheus, spol. s.r.o., 2003. ISBN 80-7196-179-5.

## Bibliografická citace článku

ŠKORPÍK, Jiří. Vznik tlakové ztráty při proudění tekutiny a její výpočet, *Transformační technologie*, 2010-12, [last updated 2021-05-19]. Brno: Jiří Škorpík, [on-line] pokračující zdroj, ISSN 1804-8293. Dostupné z <https://www.transformacni-technologie.cz/38.html>.