PŘÍLOHA 515: Dynamika tekutin, Proudění plynů a par tryskami, Odvození rovnice pro maximální hmotnostní tok plynu tryskou

Hmotnostní tok plynu tryskou m lze stanovit podle ROVNICE 334 (s. 4). Maximální možný průtok tryskou nastane při určitém tlakovém poměru označeném jako ε^*_s. Tento tlakový poměr získáme derivací ROVNICE 334 (s. 4) podle tlakového poměru ε_s, přičemž tato derivace se musí rovnat 0:

$$\frac{\mathrm{d}\dot{m}}{\mathrm{d}\varepsilon_\mathrm{s}}=0=\frac{1}{2}A_\mathrm{e}\sqrt{\frac{2\cdot\kappa}{\kappa-1}}\sqrt{\frac{p_\mathrm{is}}{v_\mathrm{is}}}\left(\varepsilon_\mathrm{s}^{\frac{2}{\kappa}}-\varepsilon_\mathrm{s}^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}\right)^{-\frac{1}{2}}\cdot\left(\frac{2}{\kappa}\varepsilon_\mathrm{s}^{\frac{2-\kappa}{\kappa}}-\frac{\kappa+1}{\kappa}\varepsilon_\mathrm{s}^{\frac{1}{\kappa}}\right)=0.$$

P515/2: Z poslední rovnice je zřejmé, že celý výraz bude roven nule, jestliže bude nule rovna tato část rovnice:

$$\frac{2}{\kappa}\varepsilon_\mathrm{s}^{\frac{2-\kappa}{\kappa}}-\frac{\kappa+1}{\kappa}\varepsilon_\mathrm{s}^{\frac{1}{\kappa}}=0.$$

Poměru celkových tlaků ε_s v poslední rovnici je hledaný poměr, při kterém dojde maximálnímu hmotnostnímu toku tryskou:

$$\varepsilon^{\frac{2-\kappa}{\kappa}-\frac{1}{\kappa}}=\frac{\kappa+1}{\kappa}\frac{\kappa}{2}$$

$$\varepsilon_\mathrm{s}^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}=\frac{\kappa+1}{2}$$

$$\varepsilon_\mathrm{s}=\left(\frac{\kappa+1}{2}\right)^{\frac{\kappa}{1-\kappa}}=\left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}.$$

Odtud je hledaný tlakový poměr:

$$\varepsilon^*_\mathrm{s}=\left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}=\frac{p^*}{p_\mathrm{is}}.$$